Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale - *26 giugno 2008*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Trovare la curvatura della curva*

$$p(t) - O = \ln(1 + 2t^2)\boldsymbol{e}_x + 3t^3\boldsymbol{e}_y + 3\sin t\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta
♠ $\kappa(0) = \frac{4}{9}$ ◯ $\kappa(0) = \frac{3}{2}$ ◯ $\kappa(0) = \frac{3}{8}$ ◯ $\kappa(0) = \frac{1}{9}$ ◯ $\kappa(0) = \frac{1}{4}$ ◯ $\kappa(0) = 2$

QC2. *Una lamina quadrata di lato* 4ℓ *è ottenuta dalla giustapposizione di quattro lamine rettangolari omogenee, disposte come in Figura 1. Due di queste lamine, ombreggiate in figura, hanno massa* m *ciascuna mentre ognuna delle restanti lamine ha massa* $5m$. *Trovare il momento centrale di inerzia della lamina quadrata nella direzione* $\mathbf{e}_z$ *ortogonale al piano che la contiene.*

{6,-1,0}

Soluzione
◯ $\frac{95}{3}m\ell^2$ ♠ $\frac{92}{3}m\ell^2$ ◯ $\frac{125}{6}m\ell^2$ ◯ $\frac{92}{9}m\ell^2$ ◯ $\frac{125}{18}m\ell^2$ ◯ $\frac{95}{6}m\ell^2$

QC3. *Trovare l'equazione dell'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati piani:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,2,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = -2\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2,1,0), \\ \boldsymbol{v}_3 = 3\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2,3,0). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione
◯ $3x - 7y + 10 = 0$ ◯ $2x - 3y + 4 = 0$ ◯ $x + 7y - 14 = 0$
◯ $2x - y + 2 = 0$ ♠ $x + y - 5 = 0$ ◯ $x + y - 8 = 0$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un'asta omogenea AB di massa $4m$ e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno al proprio centro C, vincolato a sua volta a traslare lungo la guida verticale r (Figura 2). L'estremo B è attratto da una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$ verso un punto fisso O distante 4ℓ dalla retta orizzontale di riferimento s. Introdotte le coordinate generalizzate y e ϑ indicate in Figura, rispondere alle seguenti domande:*

1. Qual è l'energia cinetica totale del sistema? **{2,0,0}**

2. Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{4,0,0}**

3. Quali sono le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile in cui AB è verticale? $(\alpha > \beta)$**{3,0,0}**

QA2. *In un piano verticale, una struttura articolata è formata da tre aste rigide disposte come in Figura 3. L'asta AB, vincolata a terra in A da un incastro completo, ha lunghezza $\ell\sqrt{2}$, peso trascurabile ed è incernierata in B ad una seconda asta BC, orizzontale, di lunghezza 2ℓ soggetta ad un carico con densità lineare $\boldsymbol{f}(x) = -6p\frac{x^2}{\ell^3}\boldsymbol{e}_y$, dove x è l'ascissa di un punto generico P di BC valutata a partire dal punto medio O (Figura 3). L'asta BC è incernierata in C all'asta omogenea CD di peso $4p$ e lunghezza $\ell\sqrt{2}$, vincolata a terra da un manicotto. I punti A e D sono alla stessa quota. In condizioni di equilibrio, determinare*

1. La reazione vincolare $\phi_D\boldsymbol{e}_y$ sviluppata dal manicotto in D. **{4,0,0}**

2. La coppia $M\boldsymbol{e}_z$ sviluppata dal manicotto in D. **{2,0,0}**

3. Il modulo del momento flettente nel punto medio O di BC. **{3,0,0}**

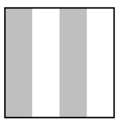

Fig. 1

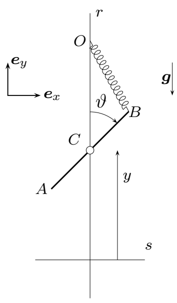

Fig. 2

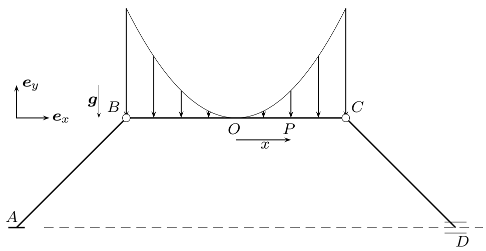

Fig. 3

QA1.1 $T = 2m\dot{y}^2 + \frac{2}{3}m\ell^2\dot{\vartheta}^2$

QA1.2 $V = 4mgy + \frac{3mg}{2\ell}[y^2 - 8\ell y - 8\ell^2\cos\vartheta + 2\ell y\cos\vartheta]$

QA1.3 $\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{4\ell}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{21g}{4\ell}}$

QA2.1 $6p\boldsymbol{e}_y$

QA2.2 $-4p\ell\boldsymbol{e}_z$

QA2.3 $\frac{p\ell}{2}$