

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
27 Febbraio 2003

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta **esclusivamente** tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO

QUESITI

Q1. Dati i tensori $\mathbf{A} = \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_z$ e $\mathbf{B} = \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y$, trovare l'espressione di $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$.

{5,-1,0}

Soluzione

- $4\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $-2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$
 $2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $-2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$
 $\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $3\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$
 $-\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$

Q2. Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1), \\ \mathbf{v}_2 = -\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 2), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 1). \end{cases}$$

Trovare l'ascissa δ dell'intersezione fra l'asse centrale e l'asse x .

{5,-1,0}

Soluzione

- $\delta = -2$ $\delta = 4$ $\delta = 3$ $\delta = 0$ $\delta = 6$ $\delta = -1$ $\delta = 1$ $\delta = -3$

Q3. Un'asta rigida di lunghezza 2ℓ è vincolata da tre carrelli disposti come mostrato in Figura 1, in modo da essere inclinata di un angolo $\vartheta = \frac{\pi}{3}$ rispetto alla direzione e_x . Mantenendo fisso l'angolo $\alpha = \frac{\pi}{6}$ che la retta di scorrimento del carrello P forma con e_x , determinare la distanza $d = \overline{PB}$ alla quale deve essere posto questo carrello affinché la struttura sia labile.

{5,-1,0}

Risposta

- 2ℓ
 $\frac{\sqrt{2}}{2}\ell$
 $\sqrt{2}\ell$
 ℓ
 $\frac{3\sqrt{2}}{4}\ell$
 $\frac{3}{2}\ell$
 $\frac{1}{2}\ell$
 $\frac{5\sqrt{2}}{4}\ell$

Q4. In un piano verticale, un'asta AB di massa m e lunghezza ℓ ha l'estremo A libero di muoversi senza attrito lungo una guida orizzontale; una molla di costante elastica $\frac{3mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla attrae A verso un punto O fisso sulla guida. L'asta, inoltre, può ruotare attorno ad A . (Figura 2). Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile.

{5,-1,0}

Risposta

- $\sqrt{11 \pm \sqrt{97}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
 $\sqrt{9 \pm 3\sqrt{7}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
 $\sqrt{7 \pm \sqrt{37}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
 $\sqrt{5 \pm \sqrt{19}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
 $\sqrt{6 \pm 3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
 $\sqrt{\frac{11 \pm \sqrt{103}}{3}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
 $\sqrt{\frac{13 \pm \sqrt{133}}{3}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
 $\sqrt{4 \pm \sqrt{13}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

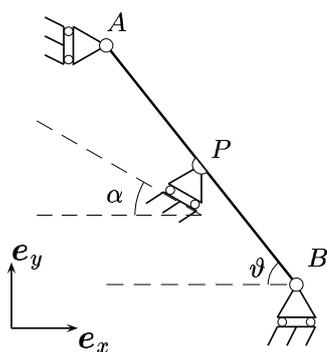


Fig. 1

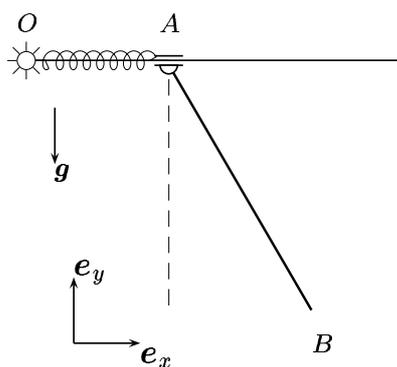


Fig. 2