UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
27 Febbraio 2003

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il propro Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

QUESITI

Q1. *Dati i tensori* $\mathbf{A} = \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z$ *e* $\mathbf{B} = \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y$, *trovare l'espressione di* $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$.

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $-2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$
♣ $2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $-2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 6\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $3\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 6\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $-\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z$

Q2. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,1), \\ \boldsymbol{v}_2 = -\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,2), \\ \boldsymbol{v}_3 = 2\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2,1). \end{cases}$$

Trovare l'ascissa δ *dell'intersezione fra l'asse centrale e l'asse* x.

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\delta = -2$ ◯ $\delta = 4$ ◯ $\delta = 3$ ◯ $\delta = 0$ ◯ $\delta = 6$ ◯ $\delta = -1$ ♣ $\delta = 1$ ◯ $\delta = -3$

Q3. *Un'asta rigida di lunghezza 2ℓ è vincolata da tre carrelli disposti come mostrato in Figura 1, in modo da essere inclinata di un angolo $\vartheta = \frac{\pi}{3}$ rispetto alla direzione $\boldsymbol{e}_x$. Mantenendo fisso l'angolo $\alpha = \frac{\pi}{6}$ che la retta di scorrimento del carrello P forma con $\boldsymbol{e}_x$, determinare la distanza $d = \overline{PB}$ alla quale deve essere posto questo carrello affinché la struttura sia labile.*

{5,-1,0}

Risposta

◯ 2ℓ ◯ $\frac{\sqrt{2}}{2}\ell$ ◯ $\sqrt{2}\ell$ ♣ ℓ ◯ $\frac{3\sqrt{2}}{4}\ell$ ◯ $\frac{3}{2}\ell$ ◯ $\frac{1}{2}\ell$ ◯ $\frac{5\sqrt{2}}{4}\ell$

Q4. *In un piano verticale, un'asta AB di massa m e lunghezza ℓ ha l'estremo A libero di muoversi senza attrito lungo una guida orizzontale; una molla di costante elastica $\frac{3mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla attrae A verso un punto O fisso sulla guida. L'asta, inoltre, può ruotare attorno ad A. (Figura 2). Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile.*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $\sqrt{11 \pm \sqrt{97}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ♣ $\sqrt{9 \pm 3\sqrt{7}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ◯ $\sqrt{7 \pm \sqrt{37}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ◯ $\sqrt{5 \pm \sqrt{19}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$

◯ $\sqrt{6 \pm 3\sqrt{3}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ◯ $\sqrt{\frac{11 \pm \sqrt{103}}{3}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ◯ $\sqrt{\frac{13 \pm \sqrt{133}}{3}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ◯ $\sqrt{4 \pm \sqrt{13}}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$

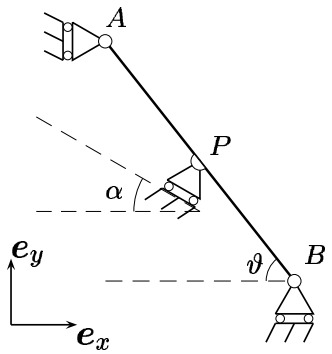

Fig. 1

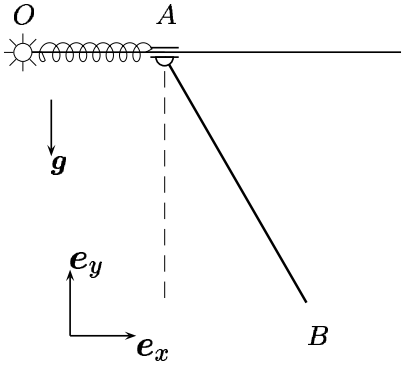

Fig.2