

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale
27 Giugno 2002

Il **candidato** scriva nelle caselle sottostanti i propri Cognome, Nome e Matricola.

COGNOME	
NOME	
MATRICOLA	

La **prova** consta di 4 Domande e 4 Esercizi e durerà 4 ore. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO	
--------------	--

DOMANDE

D1. Si consideri il seguente sistema di vettori applicati piani:

$$\begin{cases} v_1 = 2e_x - e_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1), \\ v_2 = -2e_x & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1, 1), \\ v_3 = e_x - \beta e_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -1). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di β l'asse centrale del sistema passa per l'origine.

{5,-1,0}

Soluzione

$\bigcirc \beta = 0$ $\bigcirc \beta = -1$ $\bigcirc \beta = -3$ $\bigcirc \beta = -4$ $\bigcirc \beta = 3$ $\bigcirc \beta = 2$ $\bigcirc \beta = -5$ $\bigcirc \beta = 1$

D2. Si consideri la struttura articolata rappresentata in Figura 1, vincolata a terra da una cerniera in B, da un incastro completo in D e da un carrello bilatero in G. Quante incognite scalari occorre determinare per trovare tutte le reazioni vincolari, interne ed esterne?

{5,-1,0}

Risposta

18 24 15 12 27 30 9 21

D3. Da una lamina quadrata di massa m e lato di lunghezza ℓ vengono tolti un quadrato di lato $\ell/2$ ed un triangolo rettangolo isoscele il cui cateto è lungo $\ell/4$, disposti come in Figura 2. Determinare l'ascissa del centro di massa della figura così ottenuta, rispetto al centro O del quadrato.

{5,-1,0}

Soluzione

$x_G = -\frac{19\ell}{276}$ $x_G = \frac{7\ell}{312}$ $x_G = -\frac{\ell}{54}$ $x_G = -\frac{\ell}{87}$
 $x_G = -\frac{\ell}{30}$ $x_G = -\frac{53\ell}{900}$ $x_G = \frac{\ell}{165}$ $x_G = \frac{13\ell}{366}$

D4. Trovare la normale principale della curva piana, grafico della funzione $f(x) = 2 \cos x$, nel punto di ascissa $x = \frac{\pi}{4}$.

{5,-1,0}

Risposta

$\mathbf{n} = -\frac{\sqrt{2}}{2}[\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y]$ $\mathbf{n} = -\frac{1}{\sqrt{3}}[\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\mathbf{e}_y]$ $\mathbf{n} = -\frac{1}{\sqrt{3}}[-\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\mathbf{e}_y]$
 $\mathbf{n} = -\frac{\sqrt{2}}{2}[-\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y]$ $\mathbf{n} = -\frac{1}{\sqrt{5}}[\sqrt{3}\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\mathbf{e}_y]$ $\mathbf{n} = -\frac{1}{\sqrt{5}}[-\sqrt{3}\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\mathbf{e}_y]$
 $\mathbf{n} = -\frac{1}{\sqrt{6}}[2\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\mathbf{e}_y]$ $\mathbf{n} = -\frac{1}{\sqrt{6}}[-2\mathbf{e}_x + \sqrt{2}\mathbf{e}_y]$

ESERCIZI

E1. Un sistema dinamico ha due gradi di libertà ed è soggetto a forze attive conservative. La lagrangiana \mathcal{L} del sistema è

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2} (\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2) - \frac{k}{2} q_1 q_2,$$

con m e k costanti positive. Caratterizzare il modo normale iperbolico relativo alla configurazione di equilibrio $q_1 = 0, q_2 = 0$

{5,-1,0}

Risposta

$u_1 = -\sqrt{2}u_2$ $u_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}u_2$ $u_1 = -2u_2$ $u_1 = -\frac{1}{2}u_2$
 $u_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}u_2$ $u_1 = -\sqrt{3}u_2$ $u_1 = -\sqrt{5}u_2$ $u_1 = -\frac{1}{\sqrt{5}}u_2$

E2. In un piano verticale, una lamina quadrata omogenea di massa m e lato ℓ ha il lato AB appoggiato su una guida verticale r . In A vi è una cerniera mobile e la lamina può scorrere senza attrito lungo r (Figura 3). A partire da un dato istante, il punto A della lamina inizia a muoversi di moto armonico $y(t) = 3\ell \cos \omega t$ e il piano contenente la lamina ruota con velocità angolare costante $\omega = \omega \mathbf{e}_y$ attorno ad r . Qual è il più grande valore di ω compatibile con il contatto della lamina con r durante un'oscillazione completa del punto A ?

{5,-1,0}

Soluzione

$\omega = \sqrt{\frac{2g}{3\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{5\ell}}$ $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{7\ell}}$
 $\omega = \sqrt{\frac{2g}{11\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ $\omega = 2\sqrt{\frac{2g}{3\ell}}$ $\omega = 2\sqrt{\frac{2g}{5\ell}}$

E3. In un piano verticale, un anellino P di massa m è vincolato a scorrere senza attrito lungo un profilo semicircolare di raggio R , posto in rotazione con velocità angolare $\omega = 2\omega e_y$ costante attorno al diametro AB (Figura 4). Qual è l'estremo inferiore dei valori di R che garantiscono la stabilità della posizione di equilibrio in cui l'anellino **non** si trova sull'asse di rotazione?

{5,-1,0}

Soluzione

$R = \frac{g}{12\omega^2}$ $R = \frac{g}{3\omega^2}$ $R = \frac{g}{4\omega^2}$ $R = \frac{g}{5\omega^2}$ $R = 5\frac{g}{\omega^2}$ $R = 3\frac{g}{\omega^2}$ $R = 2\frac{g}{\omega^2}$ $R = 4\frac{g}{\omega^2}$

E4. In un piano verticale, un filo AB omogeneo di peso specifico $5p$ e lunghezza L è appoggiato per un tratto BP lungo s ad un profilo rettilineo scabro di coefficiente di attrito statico μ ed inclinato sulla verticale di un angolo $\frac{\pi}{3}$. Il filo passa in P per un piolo di raggio trascurabile che non offre attrito e reca all'estremo A un punto materiale di peso pL (Figura 5). Determinare il minimo valore di μ affinché all'equilibrio sia $s = \frac{3L}{4}$.

{5,-1,0}

Soluzione

$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{5}{9\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{1}{9\sqrt{3}}$
 $\mu = \frac{1}{5\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{13}{9\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{11}{15\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{3}{7\sqrt{3}}$

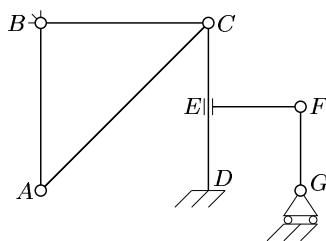


Fig. 1

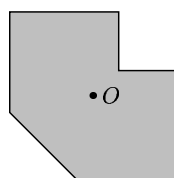


Fig.2

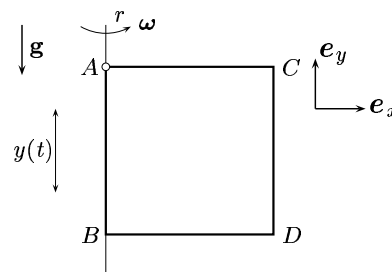


Fig.3

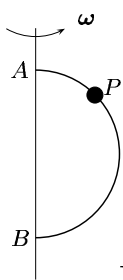


Fig.4

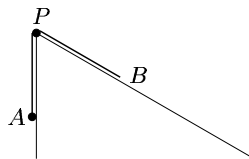


Fig.5