UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale
27 Giugno 2002

Il ***candidato*** scriva nelle caselle sottostanti i propri Cognome, Nome e Matricola.

COGNOME	
NOME	
MATRICOLA	

La ***prova*** consta di **4** Domande e **4** Esercizi e durerà **4** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle rispote date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO	

DOMANDE

D1.*Si consideri il seguente sistema di vettori applicati piani:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,1), \\ \boldsymbol{v}_2 = -2\boldsymbol{e}_x & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{e}_x - \beta\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,-1). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di β l'asse centrale del sistema passa per l'origine.

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $\beta = 0$ ◯ $\beta = -1$ ◯ $\beta = -3$ ◯ $\beta = -4$ ◯ $\beta = 3$ ◯ $\beta = 2$ ◯ $\beta = -5$ ◯ $\beta = 1$

D2.*Si consideri la struttura articolata rappresentata in Figura 1, vincolata a terra da una cerniera in B, da un incastro completo in D e da un carrello bilatero in G. Quante incognite scalari occorre determinare per trovare tutte le reazioni vincolari, interne ed esterne?*

{5,-1,0}

Risposta

◯ 18 ◯ 24 ◯ 15 ◯ 12 ◯ 27 ◯ 30 ◯ 9 ◯ 21

D3. *Da una lamina quadrata di massa m e lato di lunghezza ℓ vengono tolti un quadrato di lato $\ell/2$ ed un triangolo rettangolo isoscele il cui cateto è lungo $\ell/4$, disposti come in Figura 2 Determinare l'ascissa del centro di massa della figura così ottenuta, rispetto al centro O del quadrato.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $x_G = -\frac{19\ell}{276}$ ◯ $x_G = \frac{7\ell}{312}$ ◯ $x_G = -\frac{\ell}{54}$ ◯ $x_G = -\frac{\ell}{87}$
◯ $x_G = -\frac{\ell}{30}$ ◯ $x_G = -\frac{53\ell}{900}$ ◯ $x_G = \frac{\ell}{165}$ ◯ $x_G = \frac{13\ell}{366}$

D4. *Trovare la normale principale della curva piana, grafico della funzione $f(x) = 2\cos x$, nel punto di ascissa $x = \frac{\pi}{4}$.*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{\sqrt{2}}{2}[\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{1}{\sqrt{3}}[\boldsymbol{e}_x + \sqrt{2}\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{1}{\sqrt{3}}[-\boldsymbol{e}_x + \sqrt{2}\boldsymbol{e}_y]$
◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{\sqrt{2}}{2}[-\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{1}{\sqrt{5}}[\sqrt{3}\boldsymbol{e}_x + \sqrt{2}\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{1}{\sqrt{5}}[-\sqrt{3}\boldsymbol{e}_x + \sqrt{2}\boldsymbol{e}_y]$
◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{1}{\sqrt{6}}[2\boldsymbol{e}_x + \sqrt{2}\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{n} = -\frac{1}{\sqrt{6}}[-2\boldsymbol{e}_x + \sqrt{2}\boldsymbol{e}_y]$

ESERCIZI

E1. *Un sistema dinamico ha due gradi di libertà ed è soggetto a forze attive conservative. La lagrangiana $\mathcal{L}$ del sistema è*

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\left(\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2\right) - \frac{k}{2}q_1 q_2,$$

con m e k costanti positive. Caratterizzare il modo normale iperbolico relativo alla configurazione di equilibrio $q_1 = 0$, $q_2 = 0$

{5,-1,0}

Risposta

◯ $u_1 = -\sqrt{2}u_2$ ◯ $u_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}u_2$ ◯ $u_1 = -2u_2$ ◯ $u_1 = -\frac{1}{2}u_2$
◯ $u_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}u_2$ ◯ $u_1 = -\sqrt{3}u_2$ ◯ $u_1 = -\sqrt{5}u_2$ ◯ $u_1 = -\frac{1}{\sqrt{5}}u_2$

E2. *In un piano verticale, una lamina quadrata omogenea di massa m e lato ℓ ha il lato AB appoggiato su una guida verticale r. In A vi è una cerniera mobile e la lamina può scorrere senza attrito lungo r (Figura 3). A partire da un dato istante, il punto A della lamina inizia a muoversi di moto armonico $y(t) = 3\ell\cos\omega t$ e il piano contenente la lamina ruota con velocità angolare costante $\boldsymbol{\omega} = \omega\boldsymbol{e}_y$ attorno ad r. Qual è il più grande valore di ω compatibile con il contatto della lamina con r durante un'oscillazione completa del punto A?*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{3\ell}}$ ◯ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{5\ell}}$ ◯ $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ◯ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{7\ell}}$
◯ $\omega = \sqrt{\frac{2g}{11\ell}}$ ◯ $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ◯ $\omega = 2\sqrt{\frac{2g}{3\ell}}$ ◯ $\omega = 2\sqrt{\frac{2g}{5\ell}}$

E3. *In un piano verticale, un anellino P di massa m è vincolato a scorrere senza attrito lungo un profilo semicircolare di raggio R, posto in rotazione con velocità angolare $\boldsymbol{\omega} = 2\omega \boldsymbol{e}_y$ costante attorno al diametro AB (Figura 4). Qual è l'estremo inferiore dei valori di R che garantiscono la stabilità della posizione di equlibrio in cui l'anellino* **non** *si trova sull'asse di rotazione?*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $R = \frac{g}{12\omega^2}$ ◯ $R = \frac{g}{3\omega^2}$ ◯ $R = \frac{g}{4\omega^2}$ ◯ $R = \frac{g}{5\omega^2}$ ◯ $R = 5\frac{g}{\omega^2}$ ◯ $R = 3\frac{g}{\omega^2}$ ◯ $R = 2\frac{g}{\omega^2}$ ◯ $R = 4\frac{g}{\omega^2}$

E4. *In un piano verticale, un filo AB omogeneo di peso specifico $5p$ e lunghezza L è appoggiato per un tratto BP lungo s ad un profilo rettilineo scabro di coefficiente di attrito statico μ ed inclinato sulla verticale di un angolo $\frac{\pi}{3}$. Il filo passa in P per un piolo di raggio trascurabile che non offre attrito e reca all'estremo A un punto materiale di peso pL (Figura 5). Determinare il minimo valore di μ affinché all'equilibrio sia $s = \frac{3L}{4}$.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ◯ $\mu = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ ◯ $\mu = \frac{5}{9\sqrt{3}}$ ◯ $\mu = \frac{1}{9\sqrt{3}}$
◯ $\mu = \frac{1}{5\sqrt{3}}$ ◯ $\mu = \frac{13}{9\sqrt{3}}$ ◯ $\mu = \frac{11}{15\sqrt{3}}$ ◯ $\mu = \frac{3}{7\sqrt{3}}$

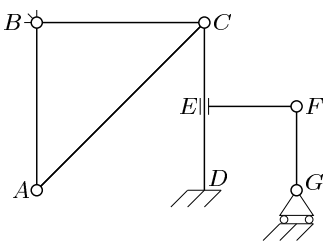

Fig. 1

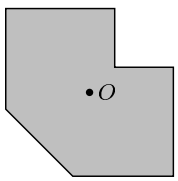

Fig.2

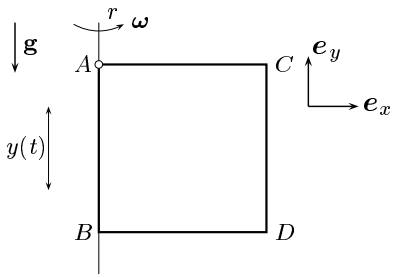

Fig.3

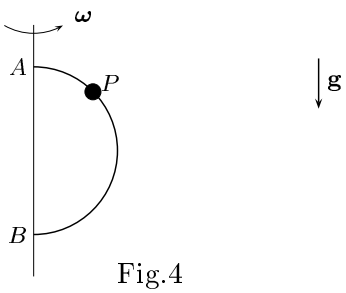

Fig.4

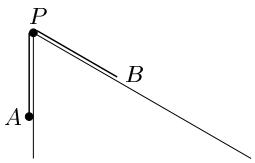

Fig.5