UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
28 giugno 2006

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO		

QUESITI

Q1. *Trovare il versore binormale della curva*

$$p(t) - O = (2t\cos t)\boldsymbol{e}_x + \frac{1}{2}t^2\boldsymbol{e}_y - \mathrm{e}^{-t}\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{5,-1,0}

Risposta

♠ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{3}(-\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z)$ ◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{3}(2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z)$ ◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{3}(-\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z)$ ◯ $\boldsymbol{b} = \frac{1}{3}(2\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z)$
◯ $\boldsymbol{b} = -\frac{1}{3}(-2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z)$ ◯ $\boldsymbol{b} = -\frac{1}{3}(2\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z)$ ◯ $\boldsymbol{b} = -\frac{1}{3}(\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z)$ ◯ $\boldsymbol{b} = -\frac{1}{3}(2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z)$

Q2. *Una lamina piana è formata da due quadranti di cerchio omogenei ciascuno di massa* $m/3$ *e raggio* $4R$ *e da due quadrati ciascuno di massa* m *e lato di lunghezza* $4R$ *(Figura 1). Calcolare il momento centrale di inerzia della lamina rispetto alla direzione* $\boldsymbol{e}_x$.

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $2mR^2$ ◯ $6mR^2$ ♠ $\frac{40}{3}mR^2$ ◯ $\frac{10}{3}mR^2$
◯ $\frac{15}{4}mR^2$ ◯ $\frac{7}{3}mR^2$ ◯ $\frac{25}{3}mR^2$ ◯ $\frac{22}{3}mR^2$

Q3. *In un piano verticale, un'asta omogenea OAB è sagomata ad L come indicato in Figura 2, con bracci ortogonali OA ed AB entrambi di massa $\sqrt{3}m$. Il lato OA ha lunghezza $\sqrt{3}\ell$ ed è incernierato senza attrito in O ad un punto fisso, mentre B è appoggiato senza attrito su una guida verticale r passante per O; l'asta OA forma un angolo di $\frac{\pi}{6}$ con r. Infine, su A agisce una molla orizzontale di costante elastica $\sqrt{3}mg/\ell$ e lunghezza a riposo nulla. Il piano contenente l'asta ruota attorno ad r con velocità angolare costante $\boldsymbol{\omega} = \omega \boldsymbol{e}_y$. Trovare il massimo valore di ω compatibile con il contatto in B.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}$ ○ $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2\ell}}$ ○ $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3\sqrt{3}g}{\ell}}$ ○ $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{15g}{\ell}}$

○ $\omega = \sqrt{\frac{21g}{8\ell}}$ ♠ $\omega = \sqrt{\frac{15g}{8\ell}}$ ○ $\omega = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15\sqrt{3}g}{\ell}}$ ○ $\omega = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{7g}{\sqrt{3}\ell}}$

Q4. *In un piano verticale, un filo AB omogeneo di lunghezza opportuna è appoggiato senza attrito su di un semidisco di raggio R e centro O, come indicato in Figura 3. Il peso per unità di lunghezza del filo è $\sqrt{6}p/R$. Gli estremi A e B sono attratti verso punti P e Q dell'orizzontale per O da molle ideali di costanti elastiche $2\sqrt{3}p/R$ e $\gamma p/R$, rispettivamente. Se $OP = R\sqrt{2}$ e $OQ = 2R/\sqrt{3}$, trovare il valore di γ compatibile con l'equilibrio nella configurazione descritta in figura.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\sqrt{3}$ ○ $\frac{\sqrt{3}}{2}(2+\sqrt{2})$ ○ 3 ♠ $3(1+\frac{\sqrt{2}}{2})$

○ $\sqrt{3}(1+2\sqrt{2})$ ○ $\sqrt{3}(2-\sqrt{2})$ ○ $(2-2\sqrt{3}+\sqrt{6})$ ○ $\frac{3}{2}(1+2\sqrt{2})$

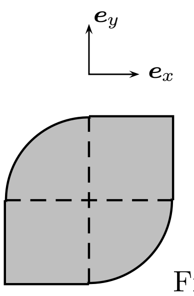

Fig. 1

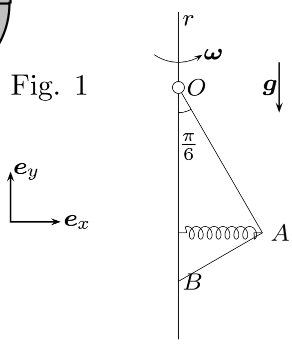

Fig. 2

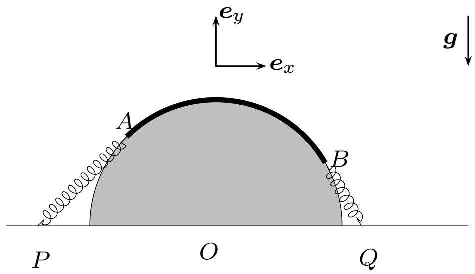

Fig. 3