

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato $\{\mathbf{E}, \mathbf{NE}, \mathbf{A}\}$ dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Una scacchiera è formata da nove tessere quadrate, ciascuna di lato ℓ , cinque delle quali —bianche in Figura 1— hanno ciascuna massa $2m$, mentre le rimanenti hanno ciascuna massa $3m$. Trovare il momento centrale di inerzia della scacchiera nella direzione \mathbf{e}_x .

{6,-1,0}

Soluzione

- $\frac{95m\ell^2}{6}$ $\frac{113m\ell^2}{12}$ $\frac{215m\ell^2}{12}$ $\frac{109m\ell^2}{6}$ $\frac{67m\ell^2}{3}$ $\frac{137m\ell^2}{36}$
-
-

QC2. Un sistema conservativo a vincoli olonomi e perfetti è descritto da due coordinate libere q_1 e q_2 . Per quali delle seguenti energie potenziali $V(q_1, q_2)$ la configurazione di equilibrio $q_1 = 0, q_2 = 0$ è instabile per il primo criterio di LJAJPOUNOV?

{6,-1,0}

Risposta

- $V(q_1, q_2) = q_1^2 + 4q_2^2$ $V(q_1, q_2) = 4q_1^3 + q_2$ $V(q_1, q_2) = q_1^2 - 4q_2^2$
 $V(q_1, q_2) = q_1^2$ $V(q_1, q_2) = 4q_1^4 + q_2^2$ $V(q_1, q_2) = -(q_1^4 + q_2^4)$
 Nessuna delle precedenti.
-
-

QC3. Dati il tensore

$$\mathbf{L} = 4\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z$$

ed il vettore $\mathbf{v} = \gamma\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$, trovare per quale valore di γ \mathbf{v} è ortogonale a \mathbf{Lv} .

{6,-1,0}

Soluzione

- $\gamma = \frac{3}{8}$ $\gamma = \frac{3}{7}$ $\gamma = \frac{3}{10}$ $\gamma = \frac{1}{3}$ $\gamma = \frac{3}{13}$ $\gamma = \frac{3}{11}$
-
-

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un'asta omogenea AB di massa $4m$ e lunghezza ℓ ha gli estremi scorrevoli senza attrito su due guide ortogonali (Figura 2). Su AB è libero di muoversi senza attrito un punto materiale P di massa m , attratto verso A da una molla ideale di costante elastica $2mg/\ell$. Introdotte le coordinate lagrangiane s e ϑ indicate in figura, rispondere alle seguenti domande:

QA1.1 Trovare l'energia cinetica dell'asta $\{2,0,0\}$ e quella del punto P $\{2,0,0\}$

QA1.2 Qual è l'energia potenziale totale del sistema? $\{2,0,0\}$

QA1.3 Se il sistema si muove a partire dall'istante $t = 0$ con condizioni iniziali $\vartheta(0) = 0$, $s(0) = \ell/2$, $\dot{\vartheta}(0) = \sqrt{g/\ell}$ e $\dot{s} = 0$, trovare $\ddot{s}(0)$ $\{3,0,0\}$

QA2. In un piano verticale, un filo AC omogeneo di lunghezza $5\ell/4$ e peso per unità di lunghezza $3p$ ha un tratto AB di lunghezza $\ell/4$ appoggiato senza attrito ad un segmento inclinato di $\pi/6$ sull'orizzontale (Figura 3) e l'estremo A attratto verso un punto fisso O del segmento da una molla ideale di costante elastica p . Il tratto BC è libero e l'estremo C è mantenuto alla stessa quota di B da una forza $\mathbf{f} = 3p\ell(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{e}_x + \frac{1}{2}\mathbf{e}_y)$. In condizioni di equilibrio, determinare

QA2.1 la tensione del filo nel punto V di quota minima $\{1,0,0\}$ ed in B $\{2,0,0\}$

QA2.2 l'elongazione della molla $\{2,0,0\}$

QA2.3 la distanza tra i punti B e C . $\{4,0,0\}$

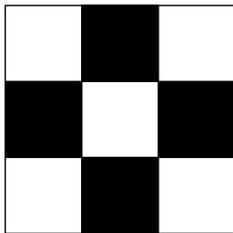


Fig. 1

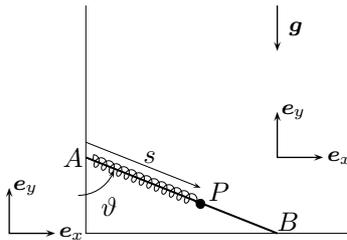


Fig. 2

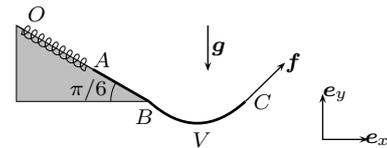


Fig. 3

QA1.1 $T_a = \frac{\alpha m \ell^2}{6} \dot{\vartheta}^2$ $T_P = \frac{m}{2} [(\ell^2 \sin^2 \vartheta + s^2 - 2\ell s \sin^2 \vartheta) \dot{\vartheta}^2 + \dot{s}^2 + 2\ell \sin \vartheta \cos \vartheta \dot{s} \dot{\vartheta}]$

QA1.2 $V = mg\ell(1 + \frac{\alpha}{2}) \cos \vartheta - mgs \cos \vartheta + \beta \frac{mg}{2\ell} s^2$

QA1.3 $\ddot{\vartheta}(0) = 0$ $\ddot{s}(0) = \frac{g}{2}(1 - \beta)$

QA2.1 $\tau_V = \alpha p \ell \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tau_B = \alpha p \ell$

QA2.2 $9\alpha\ell/8$

QA2.3