Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale *- 28 giugno 2007*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Una scacchiera è formata da nove tessere quadrate, ciascuna di lato ℓ, cinque delle quali —bianche in Figura 1— hanno ciascuna massa $2m$, mentre le rimanenti hanno ciascuna massa $3m$. Trovare il momento centrale di inerzia della scacchiera nella direzione $\boldsymbol{e}_x$.*

{6,-1,0}

Soluzione
◯ $\frac{95m\ell^2}{6}$ ◯ $\frac{113m\ell^2}{12}$ ◯ $\frac{215m\ell^2}{12}$ ◯ $\frac{109m\ell^2}{6}$ ◯ $\frac{67m\ell^2}{3}$ ◯ $\frac{137m\ell^2}{36}$

QC2. *Un sistema conservativo a vincoli olonomi e perfetti è descritto da due coordinate libere q_1 e q_2. Per quali delle seguenti energie potenziali $V(q_1, q_2)$ la configurazione di equilibrio $q_1 = 0$, $q_2 = 0$ è instabile per il primo criterio di* Ljapounov*?*

{6,-1,0}

Risposta
◯ $V(q_1, q_2) = q_1^2 + 4q_2^2$ ◯ $V(q_1, q_2) = 4q_1^3 + q_2$ ◯ $V(q_1, q_2) = q_1^2 - 4q_2^2$
◯ $V(q_1, q_2) = q_1^2$ ◯ $V(q_1, q_2) = 4q_1^4 + q_2^2$ ◯ $V(q_1, q_2) = -(q_1^4 + q_2^4)$
◯ Nessuna delle precedenti.

QC3. *Dati il tensore*

$$\boldsymbol{L} = 4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$$

ed il vettore $\boldsymbol{v} = \gamma\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z$, trovare per quale valore di γ $\boldsymbol{v}$ è ortogonale a $\boldsymbol{Lv}$.

{6,-1,0}

Soluzione
◯ $\gamma = \frac{3}{8}$ ◯ $\gamma = \frac{3}{7}$ ◯ $\gamma = \frac{3}{10}$ ◯ $\gamma = \frac{1}{3}$ ◯ $\gamma = \frac{3}{13}$ ◯ $\gamma = \frac{3}{11}$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un'asta omogenea AB di massa $4m$ e lunghezza ℓ ha gli estremi scorrevoli senza attrito su due guide ortogonali (Figura 2). Su AB è libero di muoversi senza attrito un punto materiale P di massa m, attratto verso A da una molla ideale di costante elastica $2mg/\ell$. Introdotte le coordinate lagrangiane s e ϑ indicate in figura, rispondere alle seguenti domande:*

QA1.1 *Trovare l'energia cinetica dell'asta* **{2,0,0}** *e quella del punto P* **{2,0,0}**

QA1.2 *Qual è l'energia potenziale totale del sistema?* **{2,0,0}**

QA1.3 *Se il sistema si muove a partire dall'istante $t = 0$ con condizioni iniziali $\vartheta(0) = 0$, $s(0) = \ell/2$, $\dot{\vartheta}(0) = \sqrt{g/\ell}$ e $\dot{s} = 0$, trovare $\ddot{s}(0)$* **{3,0,0}**

QA2. *In un piano verticale, un filo AC omogeneo di lunghezza $5\ell/4$ e peso per unità di lunghezza $3p$ ha un tratto AB di lunghezza $\ell/4$ appoggiato senza attrito ad un segmento inclinato di $\pi/6$ sull'orizzontale (Figura 3) e l'estremo A attratto verso un punto fisso O del segmento da una molla ideale di costante elastica p. Il tratto BC è libero e l'estremo C è mantenuto alla stessa quota di B da una forza $\boldsymbol{f} = 3p\ell(\frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{e}_x + \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_y)$. In condizioni di equilibrio, determinare*

QA2.1 *la tensione del filo nel punto V di quota minima* **{1,0,0}** *ed in B* **{2,0,0}**

QA2.2 *l'elongazione della molla* **{2,0,0}**

QA2.3 *la distanza tra i punti B e C.* **{4,0,0}**

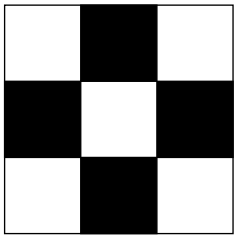

Fig. 1

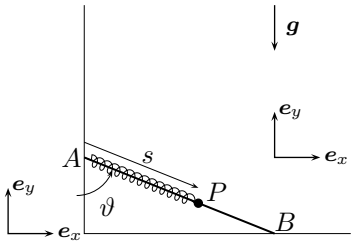

Fig. 2

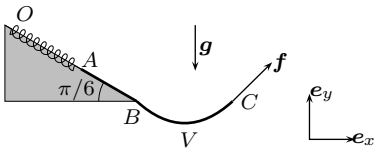

Fig. 3

QA1.1 $T_a = \frac{\alpha m \ell^2}{6}\dot{\vartheta}^2$ $\qquad T_P = \frac{m}{2}[(\ell^2 \sin^2\vartheta + s^2 - 2\ell s \sin^2\vartheta)\dot{\vartheta}^2 + \dot{s}^2 + 2\ell \sin\vartheta\cos\vartheta\dot{s}\dot{\vartheta}]$

QA1.2 $V = mg\ell(1 + \frac{\alpha}{2})\cos\vartheta - mgs\cos\vartheta + \beta\frac{mg}{2\ell}s^2$

QA1.3 $\ddot{\vartheta}(0) = 0$ $\qquad \ddot{s}(0) = \frac{g}{2}(1 - \beta)$

QA2.1 $\tau_V = \alpha p \ell \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \tau_B = \alpha p \ell$

QA2.2 $9\alpha\ell/8$

QA2.3 .....