Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
***Esame di Meccanica Razionale (Parte II)***
*31 marzo 2005*

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

**COGNOME** **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

| **ESITO** | | |
|---|---|---|

## QUESITI

**Q1.** *Trovare la torsione $\tau$ della curva*

$$p(t) - O = \sqrt{2}(\mathrm{e}^{2t} - 1)\boldsymbol{e}_x + \sinh t\boldsymbol{e}_y + 3t^3\boldsymbol{e}_z$$

*nel punto corrispondente a $t = 0$.*

**{5,-1,0}**

***Risposta***
◯ $\tau = \frac{3}{4}$ ◯ $\tau = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ ◯ $\tau = \frac{9}{4}$ ◯ $\tau = \frac{9\sqrt{2}}{4}$ ◯ $\tau = \frac{3}{2}$ ◯ $\tau = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ◯ $\tau = \frac{9}{2}$ ◯ $\tau = \frac{9\sqrt{2}}{2}$

**Q2.** *Sul lato $DE$ di una lamina quadrata omogenea $ABDE$ di centro $C$, massa $m$ e lati di lunghezza $\frac{4}{\pi}R$, viene saldato lungo il diametro un semidisco omogeneo di centro $O$, massa $2m$ e raggio $R$, in modo che $O$ coincida con il punto medio di $DE$. Calcolare la differenza $\Delta\mathcal{I} := I_y - I_x$ fra i momenti centrali d'inerzia complessivi nelle direzioni $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_x$ del piano della lamina (Figura 1).*

**{5,-1,0}**

***Risposta***
◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{3}{\pi^2}mR^2$ ◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{8}{\pi^2}mR^2$ ◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{17}{6\pi^2}mR^2$ ◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{83}{36\pi^2}mR^2$
◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{17}{9\pi^2}mR^2$ ◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{104}{27\pi^2}mR^2$ ◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{134}{45\pi^2}mR^2$ ◯ $\Delta\mathcal{I} = \frac{290}{27\pi^2}mR^2$

**Q3.** *In un piano verticale, un'asta omogenea $AB$ di massa $2m$ e lunghezza $4\ell$ è libera di ruotare attorno ad un punto fisso $O$ tale che $OB = \ell$. Un anellino $P$ avente dimensioni trascurabili e di massa $3m$ è libero di scorrere lungo l'asta e viene attratto verso $O$ da una molla avente lunghezza a riposo nulla e costante elastica $\frac{mg}{\ell}$; l'estremo $A$ dell'asta è attratto verso una guida orizzontale passante per $O$ da una molla ideale di costante elastica $\gamma\frac{mg}{\ell}$, vincolata in modo da rimanere sempre verticale (Figura 2). Calcolare per quale valore di $\gamma$ sono uguali le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile in cui l'asta è verticale, con $B$ sopra $O$.*

**{5,-1,0}**

***Risposta***

○ $\gamma = \frac{1}{10}$ ○ $\gamma = \frac{8}{99}$ ○ $\gamma = \frac{1}{6}$ ○ $\gamma = \frac{1}{36}$ ○ $\gamma = \frac{2}{13}$ ○ $\gamma = \frac{5}{27}$ ○ $\gamma = \frac{4}{81}$ ○ $\gamma = \frac{5}{108}$

**Q4.** *In un piano verticale, un filo $AB$ di peso specifico per unità di lunghezza $\sqrt{3}p$ costante e lunghezza $\pi R$ è vincolato in $A$ alla sommità di un profilo circolare liscio di raggio $R$. In $B$ viene applicata una forza $\boldsymbol{F} = \gamma p R \boldsymbol{e}_x$ ($\gamma > 0$); Calcolare il valore di $\gamma$ per il quale il filo rimane a contatto con la guida lungo tutto l'arco $\overset{\frown}{AP}$ di ampiezza $\vartheta = \frac{\pi}{6}$.*

**{5,-1,0}**

***Risposta***

○ $\gamma = \frac{5}{2}\pi$ ○ $\gamma = \frac{11}{2}\pi$ ○ $\gamma = \frac{5}{6}\pi$ ○ $\gamma = \frac{11}{6}\pi$
○ $\gamma = \frac{5}{2}\pi\sqrt{3}$ ○ $\gamma = \frac{11}{2}\pi\sqrt{3}$ ○ $\gamma = \frac{5}{6}\pi\sqrt{3}$ ○ $\gamma = \frac{11}{6}\pi\sqrt{3}$

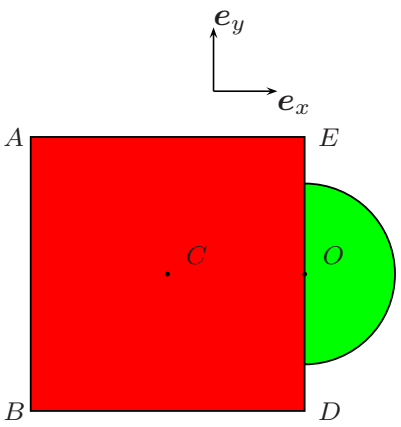


Fig. 1

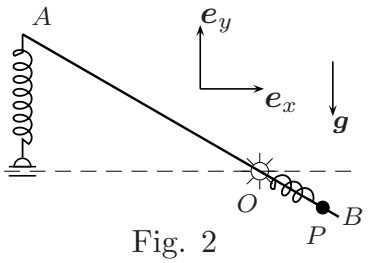


Fig. 2

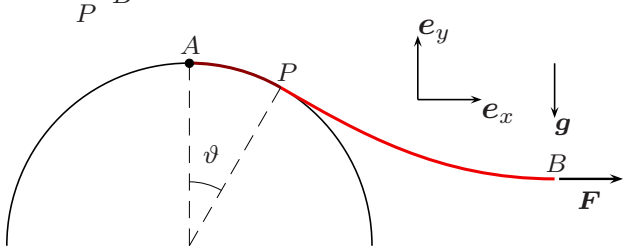


Fig. 3