

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte II)**  
31 marzo 2005

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

---

---

**ESITO** | | |

---

---



---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Trovare la torsione  $\tau$  della curva

$$p(t) - O = \sqrt{2}(e^{2t} - 1)e_x + \sinh te_y + 3t^3 e_z$$

nel punto corrispondente a  $t = 0$ .

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$\tau = \frac{3}{4}$   
   $\tau = \frac{3\sqrt{2}}{4}$   
   $\tau = \frac{9}{4}$   
   $\tau = \frac{9\sqrt{2}}{4}$   
   $\tau = \frac{3}{2}$   
   $\tau = \frac{3\sqrt{2}}{2}$   
   $\tau = \frac{9}{2}$   
   $\tau = \frac{9\sqrt{2}}{2}$

---

---

**Q2.** Sul lato  $DE$  di una lamina quadrata omogenea  $ABDE$  di centro  $C$ , massa  $m$  e lati di lunghezza  $\frac{4}{\pi}R$ , viene saldato lungo il diametro un semidisco omogeneo di centro  $O$ , massa  $2m$  e raggio  $R$ , in modo che  $\bar{O}$  coincida con il punto medio di  $DE$ . Calcolare la differenza  $\Delta\mathcal{I} := I_y - I_x$  fra i momenti centrali d'inerzia complessivi nelle direzioni  $e_y, e_x$  del piano della lamina (Figura 1).

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$\Delta\mathcal{I} = \frac{3}{\pi^2}mR^2$   
   $\Delta\mathcal{I} = \frac{8}{\pi^2}mR^2$   
   $\Delta\mathcal{I} = \frac{17}{6\pi^2}mR^2$   
   $\Delta\mathcal{I} = \frac{83}{36\pi^2}mR^2$   
  $\Delta\mathcal{I} = \frac{17}{9\pi^2}mR^2$   
   $\Delta\mathcal{I} = \frac{104}{27\pi^2}mR^2$   
   $\Delta\mathcal{I} = \frac{134}{45\pi^2}mR^2$   
   $\Delta\mathcal{I} = \frac{290}{27\pi^2}mR^2$

---

---

**Q3.** In un piano verticale, un'asta omogenea  $AB$  di massa  $2m$  e lunghezza  $4\ell$  è libera di ruotare attorno ad un punto fisso  $O$  tale che  $OB = \ell$ . Un anellino  $P$  avente dimensioni trascurabili e di massa  $3m$  è libero di scorrere lungo l'asta e viene attratto verso  $O$  da una molla avente lunghezza a riposo nulla e costante elastica  $\frac{mg}{\ell}$ ; l'estremo  $A$  dell'asta è attratto verso una guida orizzontale passante per  $O$  da una molla ideale di costante elastica  $\gamma\frac{mg}{\ell}$ , vincolata in modo da rimanere sempre verticale (Figura 2). Calcolare per quale valore di  $\gamma$  sono uguali le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile in cui l'asta è verticale, con  $B$  sopra  $O$ .

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\gamma = \frac{1}{10}$    
  $\gamma = \frac{8}{99}$    
  $\gamma = \frac{1}{6}$    
  $\gamma = \frac{1}{36}$    
  $\gamma = \frac{2}{13}$    
  $\gamma = \frac{5}{27}$    
  $\gamma = \frac{4}{81}$    
  $\gamma = \frac{5}{108}$

**Q4.** In un piano verticale, un filo  $AB$  di peso specifico per unità di lunghezza  $\sqrt{3}p$  costante e lunghezza  $\pi R$  è vincolato in  $A$  alla sommità di un profilo circolare liscio di raggio  $R$ . In  $B$  viene applicata una forza  $\mathbf{F} = \gamma p R \mathbf{e}_x$  ( $\gamma > 0$ ); Calcolare il valore di  $\gamma$  per il quale il filo rimane a contatto con la guida lungo tutto l'arco  $\widehat{AP}$  di ampiezza  $\vartheta = \frac{\pi}{6}$ .

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\gamma = \frac{5}{2}\pi$    
  $\gamma = \frac{11}{2}\pi$    
  $\gamma = \frac{5}{6}\pi$    
  $\gamma = \frac{11}{6}\pi$   
  $\gamma = \frac{5}{2}\pi\sqrt{3}$    
  $\gamma = \frac{11}{2}\pi\sqrt{3}$    
  $\gamma = \frac{5}{6}\pi\sqrt{3}$    
  $\gamma = \frac{11}{6}\pi\sqrt{3}$

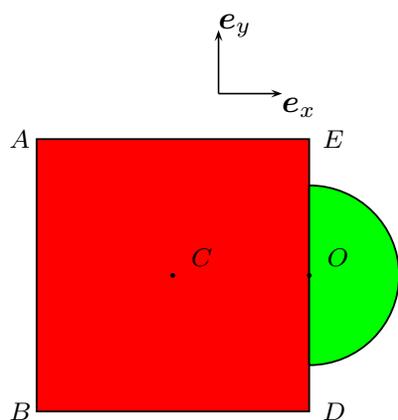


Fig. 1

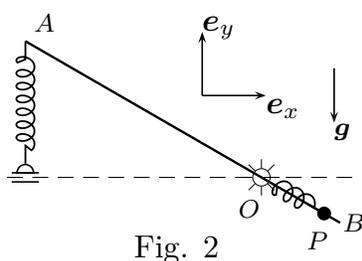


Fig. 2

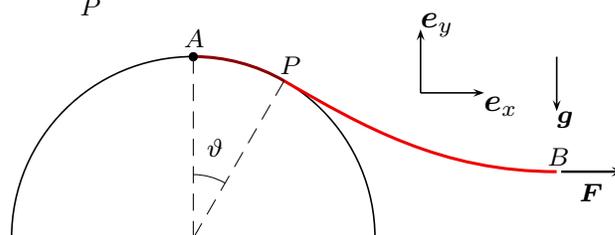


Fig. 3