

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (0, 1, 0), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (\beta, 0, 2), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 1). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di β il trinomio invariante assume valore 1.

{6,-1,0}

Risposta

$\bigcirc \beta = -\frac{2}{3}$ $\bigcirc \beta = \frac{5}{8}$ $\bigcirc \beta = \frac{12}{7}$ $\bigcirc \beta = -\frac{4}{9}$ $\bigcirc \beta = -\frac{1}{2}$ $\bigcirc \beta = \frac{5}{2}$ $\clubsuit \beta = -\frac{1}{6}$ $\bigcirc \beta = \frac{1}{5}$

QC2. All'estremo O di un'asta OA , di lunghezza ℓ e massa $2m$, viene saldato l'estremo di una seconda asta OB di lunghezza ℓ e massa $2m$, in modo che essa formi un angolo $\pi/3$ con la prima (Figura 1). Calcolare il momento centrale di inerzia I_y rispetto alla direzione del versore \mathbf{e}_y parallelo ad OA .

{6,-1,0}

Risposta

$\bigcirc I_y = \frac{1}{4}m\ell^2$ $\bigcirc I_y = \frac{2}{5}m\ell^2$ $\bigcirc I_y = \frac{3}{8}m\ell^2$ $\clubsuit I_y = \frac{5}{16}m\ell^2$
 $\bigcirc I_y = \frac{7}{20}m\ell^2$ $\bigcirc I_y = \frac{15}{32}m\ell^2$ $\bigcirc I_y = \frac{21}{64}m\ell^2$ $\bigcirc I_y = \frac{33}{80}m\ell^2$

QC3. Un sistema è formato da n corpi rigidi interagenti e vincolati reciprocamente ($n > 1$). Quale delle seguenti affermazioni è corretta per una determinazione generica delle forze menzionate?

{6,-1,0}

Risposta

- \bigcirc Se le tutte forze interne sono conservative, la loro potenza complessiva è nulla.
- \bigcirc La potenza complessiva delle forze interne è nulla se i vincoli sono perfetti e scleronomi.
- \bigcirc La potenza complessiva delle forze esterne è nulla se i vincoli sono perfetti e scleronomi.
- \bigcirc Se tutte le forze attive sono conservative, l'energia si conserva.
- \bigcirc Se le forze attive esterne sono conservative, l'energia si conserva.
- \bigcirc La potenza di tutte le forze esterne è sempre negativa.
- \clubsuit La potenza di tutte le forze reattive è nulla se i vincoli sono perfetti e scleronomi.
- \bigcirc Nessuna delle precedenti.

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un'asta omogenea AB di massa $4m$ e lunghezza ℓ è vincolata a traslare in direzione verticale. Alle sue estremità agiscono due molle di costante elastica $3k$ e lunghezza a riposo nulla mentre una seconda asta CD di lunghezza 2ℓ e massa m è incernierata nel suo punto di mezzo C di coordinate $(0, y)$ rispetto all'origine O indicata. Nelle risposte si utilizzino le coordinate lagrangiane indicate in Figura 2.

1. Fornire l'espressione dell'energia cinetica totale del sistema: **{4,0,0}**

$$T(y, \vartheta, \dot{x}, \dot{\vartheta}) = \frac{15}{6}m\dot{y}^2 + \frac{2}{3}m\ell^2\dot{\vartheta}^2 + m\ell\dot{y}\sin\vartheta;$$

2. Fornire l'espressione dell'energia potenziale totale del sistema: **{2,0,0}**

$$V(y, \vartheta) = 3ky^2 + 5mgy - mg\ell \cos\vartheta;$$

3. Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile. **{3,0,0}**

$$\sqrt{\frac{3g}{4\ell}}, \sqrt{\frac{6k}{5m}}.$$

QA2. La struttura rigida riportata in Figura 3 è composta da due aste: AC di lunghezza 2ℓ e peso $4p$ e MB di lunghezza ℓ e peso $3p$, incernierata alla prima in M , punto medio di AC . La struttura è vincolata a terra da due cerniere in A e B , poste alla stessa quota a distanza $\ell\sqrt{2}$. In C agisce una forza $\mathbf{f} = -pe_x$.

1. Calcolare lo sforzo assiale N agente in M sull'asta MB ($N > 0$ per trazione). **{3,0,0}**

$$N = -p\sqrt{2};$$

2. Calcolare la componente orizzontale della reazione vincolare in B . **{3,0,0}**

$$\Phi = \frac{13}{4}pe_y;$$

3. Determinare il valore assoluto del rapporto fra gli sforzi assiale N e di taglio T agenti in M sull'asta MB . **{3,0,0}**

$$\left|\frac{N}{T}\right| = \frac{4}{3}$$

