UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Esame di Meccanica Razionale (Parte I)

3 Febbraio 2005

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO			

QUESITI

Q1. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati piani:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,2,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2,0,0), \\ \boldsymbol{v}_3 = 3\boldsymbol{e}_x & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0,\gamma,0). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di γ l'asse centrale del sistema passa per l'origine O.

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\gamma = 1$ ◯ $\gamma = \frac{5}{2}$ ◯ $\gamma = -\frac{5}{3}$ ◯ $\gamma = \frac{5}{4}$ ◯ $\gamma = \frac{7}{2}$ ◯ $\gamma = 3$ ◯ $\gamma = -\frac{3}{2}$ ◯ $\gamma = -\frac{5}{4}$

Q2. *Da una lamina omogenea rettangolare di massa $3m$ e lati $AB = 2\ell$ e $AD = \ell$ viene asportato un disco di raggio $\ell/2$ tangente internamente al rettangolo lungo AD (Figura 2). Trovare il momento di inerzia $I_{\boldsymbol{n}}$ della figura così ottenuta rispetto all'asse passante per il centro O del rettangolo e diretto come $\boldsymbol{n} = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{e}_y$.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{3m\ell^2}{16}\left(\frac{7}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$ ◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{m\ell^2}{8}\left(\frac{13}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ ◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{m\ell^2}{8}\left(\frac{4}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$ ◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{m\ell^2}{4}\left(\frac{11}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$

○ $I\boldsymbol{n} = \frac{3m\ell^2}{16}\left(\frac{13}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ ○ $I\boldsymbol{n} = \frac{m\ell^2}{4}\left(\frac{7}{6} - \frac{\pi}{4}\right)$ ○ $I\boldsymbol{n} = \frac{3m\ell^2}{8}\left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ ○ $I\boldsymbol{n} = \frac{3m\ell^2}{8}\left(\frac{7}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

Q3. *In un piano verticale, un disco omogeneo di centro C, massa $m/4$ e raggio R è incernierato senza attrito in un punto fisso O della sua circonferenza (Figura 1). Sul diametro passante per O si muove senza attrito un punto materiale P di massa $3m/5$, attratto verso C da una molla ideale di costante elastica $k = 2mg/R$. Trovare le coppie $(\ddot{s}(0), \ddot{\vartheta}(0))$ se all'istante $t = 0$ il moto parte dalle condizioni $s(0) = R/4$, $\vartheta(0) = \pi/2$, $\dot{s}(0) = -\sqrt{gR}$ e $\dot{\vartheta}(0) = 0$.* (N.B. L'ascissa s di P è contata a partire da C).

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\left(-\frac{5g}{8}, -\frac{8g}{11R}\right)$ ○ $\left(-\frac{15g}{8}, -\frac{16g}{21R}\right)$ ○ $\left(-\frac{5g}{8}, -\frac{12g}{17R}\right)$ ○ $\left(-\frac{15g}{8}, -\frac{8g}{11R}\right)$
○ $\left(-\frac{5g}{2}, -\frac{12g}{17R}\right)$ ○ $\left(-\frac{5g}{2}, -\frac{5g}{7R}\right)$ ○ $\left(-\frac{5g}{6}, -\frac{16g}{21R}\right)$ ○ $\left(-\frac{5g}{6}, -\frac{5g}{7R}\right)$

Q4. *La struttura articolata riportata in Figura 3 è composta da quattro aste omogenee. Le aste AB e BC hanno ugual lunghezza 2ℓ e peso pari a p e $5p$, rispettivamente. L'asta ED ha lunghezza ℓ e peso $2p$, mentre AC ha lunghezza $2\ell\sqrt{2}$ e peso trascurabile. La struttura è vincolata a terra da una cerniera cilindrica in B e da un incastro scorrevole in D, mentre le articolazioni interne in A, C ed E sono tutte cerniere cilindriche. In condizioni di equilibrio, calcolare il modulo dello sforzo assiale nel punto Q di ED posto a distanza $\ell/2$ da E.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $5p$ ○ $7p$ ○ $4p$ ○ $6p$ ○ p ○ $8p$ ○ $9p$ ○ $10p$

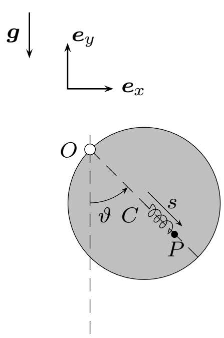

Fig. 1

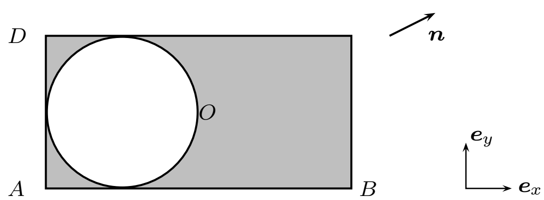

Fig. 2

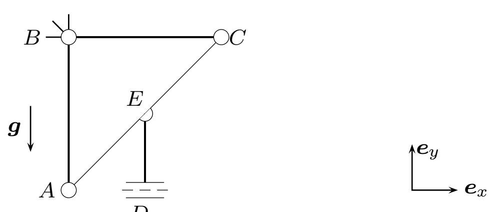

Fig. 3