

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte II)**  
3 febbraio 2005

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

---

---

**ESITO** | | |

---

---



---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Trovare la torsione  $\tau$  della curva

$$p(t) - O = 2(t^2 + t)\mathbf{e}_x + \sin \frac{t}{2}\mathbf{e}_y + (1 - 3 \cos t)\mathbf{e}_z$$

nel punto corrispondente a  $t = 0$ .

**{5,-1,0}**

**Soluzione**

$\bigcirc \tau = -\frac{3}{169}$     $\bigcirc \tau = \frac{8}{21}$     $\bigcirc \tau = -\frac{4}{33}$     $\bigcirc \tau = \frac{1}{118}$     $\bigcirc \tau = -\frac{81}{334}$     $\bigcirc \tau = \frac{81}{182}$     $\bigcirc \tau = -\frac{1}{9}$     $\bigcirc \tau = \frac{1}{6}$

---

---

**Q2.** In un atto di moto rigido, sia  $\mathbf{v}_C$  la velocità del centro di massa  $C$  del sistema,  $\mathbf{v}_O$  la velocità di un altro punto  $O$  ed  $\boldsymbol{\omega}$  la velocità angolare. Sia inoltre assegnato un sistema di forze avente risultante  $\mathbf{R}$  e momento risultante rispetto ad un punto  $P$  pari ad  $\mathbf{M}_P$ . Quale fra le seguenti espressioni per la potenza complessiva  $W$  del sistema di forze è sempre vera?

**{5,-1,0}**

**Soluzione**

$\bigcirc W = \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{R} + \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_O$     $\bigcirc W = \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{R} + \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_C$   
 $\bigcirc W = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_0^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$     $\bigcirc W = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_C \cdot \mathbf{v}_C + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_C\boldsymbol{\omega}$

- $W = \mathbf{R} \wedge \mathbf{v}_O + \mathbf{M}_O \wedge \boldsymbol{\omega}$        $W = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{M}_O$   
  $W = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R} \wedge \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{M}_O \wedge \boldsymbol{\omega}$       Nessuna delle precedenti

**Q3.** In un piano verticale, un'asta  $AB$  omogenea di massa  $5m$  e di lunghezza  $2\ell$  ha l'estremo  $A$  vincolato a scorrere lungo una guida orizzontale; una molla di costante elastica  $\gamma k$  e lunghezza a riposo nulla attrae  $A$  verso un punto fisso  $O$  posto sulla guida. Una seconda molla, di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo nulla attrae  $B$  verso la guida, ed è vincolata in modo da restare sempre verticale (vedi Figura 1). Per quale valore di  $\gamma$  il prodotto fra le piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile con l'asta  $AB$  verticale vale  $2\frac{9}{7}$ ? ( $mg = k\ell$ )

{5,-1,0}

**Soluzione**

- $\gamma = \frac{2}{3}$       $\gamma = \frac{3}{2}$       $\gamma = \frac{9}{8}$       $\gamma = \frac{3}{8}$   
  $\gamma = \frac{3}{14}$       $\gamma = \frac{100}{3}$       $\gamma = \frac{50}{9}$       $\gamma = 12$

**Q4.** In un piano verticale, un filo  $AB$  di peso trascurabile e lunghezza  $\ell$  opportuna è appoggiato lungo un profilo circolare scabro di raggio  $R$ ; il filo è tenuto teso grazie all'azione di un peso  $mg$  in  $A$  e di una forza  $\mathbf{f}_B = 3mg\mathbf{n}$  in  $B$ , diretta secondo il versore  $\mathbf{n} = \cos\frac{\pi}{3}\mathbf{e}_x - \sin\frac{\pi}{3}\mathbf{e}_y$  (Figura 2). Qual è il minimo coefficiente d'attrito statico  $\mu$  tra filo e profilo compatibile con l'equilibrio nelle condizioni descritte?

{5,-1,0}

**Soluzione**

- $\mu = \frac{6}{5\pi} \ln 2$       $\mu = \frac{6}{5\pi} \ln 3$       $\mu = \frac{5}{6\pi} \ln 2$       $\mu = \frac{5}{6\pi} \ln 3$   
  $\mu = \frac{3}{2\pi} \ln 2$       $\mu = \frac{3}{2\pi} \ln 3$       $\mu = \frac{2}{3\pi} \ln 2$       $\mu = \frac{2}{3\pi} \ln 3$

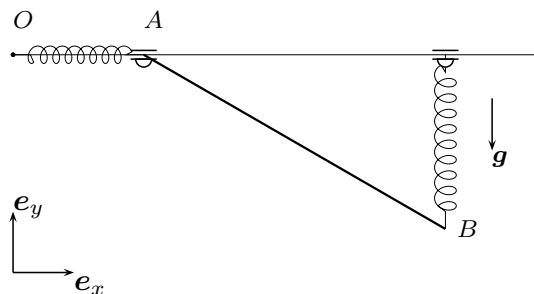


Fig. 1

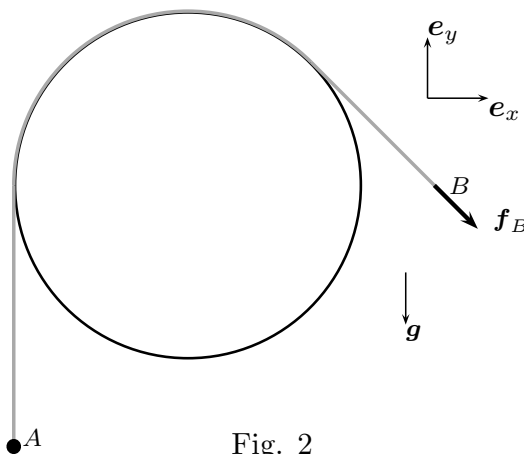


Fig. 2