Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
6 Febbraio 2003

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La prima parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle rispote date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO		

QUESITI

Q1. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 3\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_1 - O \equiv (1,0,1), \\ \boldsymbol{v}_2 = -2\boldsymbol{e}_y & \textit{applicato in } P_2 - O \equiv (2,1,\beta), \\ \boldsymbol{v}_3 = 3\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_3 - O \equiv (0,\beta,0). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di β il trinomio invariante del sistema ha valore 2.

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\beta = 6$ ◯ $\beta = -9$ ♣ $\beta = 4$ ◯ $\beta = 3$ ◯ $\beta = 5$ ◯ $\beta = -1$ ◯ $\beta = 7$ ◯ $\beta = -8$

Q2. *Sia $\mathcal{B}$ un corpo rigido di massa m, P e Q due suoi punti distinti dal centro di massa C. Dette d_{CP} e d_{CQ} le distanze di P e Q da C; $\boldsymbol{e}_{CP}$ ed $\boldsymbol{e}_{CQ}$ i versori associati a $P - C$ e $Q - C$, qual è il legame corretto tra i tensori di inerzia $\boldsymbol{I}_P$ ed $\boldsymbol{I}_Q$?*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\boldsymbol{I}_P = m[d_{CP}^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CP} \otimes \boldsymbol{e}_{CP}) - d_{CQ}^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CQ})]$.
◯ $\boldsymbol{I}_P = \boldsymbol{I}_Q + m[d_{CP}^2(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{e}_{CP} \otimes \boldsymbol{e}_{CP}) - d_{CQ}^2(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CQ})]$.

○ $\boldsymbol{I}_P = \boldsymbol{I}_Q + md_{CP}^2[(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CP} \otimes \boldsymbol{e}_{CP}) - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CQ})]$.
○ $\boldsymbol{I}_P = m[d_{CP}^2(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{e}_{CP} \otimes \boldsymbol{e}_{CP}) - d_{CQ}^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CQ})]$.
♣ $\boldsymbol{I}_P = \boldsymbol{I}_Q + m[d_{CP}^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CP} \otimes \boldsymbol{e}_{CP}) - d_{CQ}^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CQ})]$.
○ $\boldsymbol{I}_P = \boldsymbol{I}_Q - m[d_{CP}^2\boldsymbol{e}_{CP} \otimes \boldsymbol{e}_{CP} + d_{CQ}^2\boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CQ})]$.
○ $\boldsymbol{I}_P = m[d_{CP}^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CP}) - d_{CQ}^2(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CP})]$.
○ $\boldsymbol{I}_P = \boldsymbol{I}_Q + m[d_{CP}^2(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{e}_{CQ} \otimes \boldsymbol{e}_{CP}) - d_{CQ}^2(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{e}_{CP} \otimes \boldsymbol{e}_{CQ})]$.

Q3. *In un piano verticale una lamina quadrata omogenea di lato ℓ e massa $2m$ trasla senza attrito lungo una guida orizzontale ed ha il centro C attratto da una forza elastica di costante $2k$ verso un punto fisso O, posto alla stessa quota. In C è incernierato l'estremo di un'asta omogenea di lunghezza ℓ e massa $4m$ (Figura 1). Scrivere l'equazione di* LAGRANGE *corrispondente alla variabile x.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $3m\ddot{x} + m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -4kx$ ○ $6m\ddot{x} + m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -8kx$
○ $5m\ddot{x} + 2m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - 2m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -2kx$ ○ $5m\ddot{x} + 2m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - 2m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -kx$
♣ $3m\ddot{x} + m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -kx$ ○ $3m\ddot{x} + m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -2kx$
○ $4m\ddot{x} + m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -kx$ ○ $6m\ddot{x} + m\ell\ddot{\vartheta}\cos\vartheta - m\ell\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta = -2kx$

Q4. *In un piano verticale, un filo omogeneo AB di peso di peso specifico costante $4p$ e lunghezza ℓ ha l'estremo A fissato e l'estremo B sollecitato da una forza orizzontale $\boldsymbol{f} = 3p\ell\boldsymbol{e}_x$ (Figura 2). Calcolare il dislivello d tra A e B all'equilibrio*

{5,-1,0}

Soluzione

♣ $d = \frac{\ell}{2}$ ○ $d = \frac{\ell}{3}$ ○ $d = \frac{\ell}{5}$ ○ $d = \frac{2\ell}{3}$ ○ $d = \frac{\ell}{\sqrt{5}}$ ○ $d = \ell(\sqrt{2} - 1)$ ○ $d = \frac{3\ell}{4}$ ○ $d = \frac{3\ell}{5}$

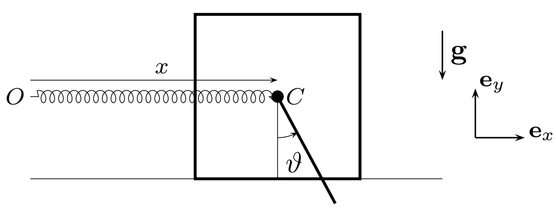

Fig. 1

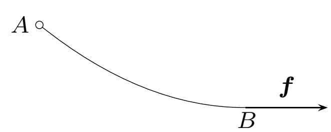

Fig. 2