

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
6 Febbraio 2003

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO

QUESITI

Q1. La struttura rigida riportata in Figura 1 è posta in un piano verticale ed è formata da due aste: AC di lunghezza 2ℓ e peso $2p$, BM di lunghezza ℓ e peso p . L'estremo C è collegato a terra da una cerniera; gli estremi A e B sono collegati a terra ciascuno da un carrello bilatero; infine le due aste sono collegate mediante una cerniera posta in M , punto medio di AB . Determinare il valore assoluto M_f del momento flettente in M . (*i punti A e B sono allineati in verticale, i punti B e C sono allineati in orizzontale*)

{5,-1,0}

Risposta

$\bigcirc \frac{13\sqrt{3}}{8}p\ell$ $\bigcirc \frac{11\sqrt{3}}{8}p\ell$ $\bigcirc \frac{7\sqrt{3}}{8}p\ell$ $\bigcirc \frac{3\sqrt{3}}{2}p\ell$ $\spadesuit \frac{5\sqrt{3}}{8}p\ell$ $\bigcirc \frac{7\sqrt{3}}{4}p\ell$ $\bigcirc \frac{3\sqrt{3}}{4}p\ell$ $\bigcirc \frac{5\sqrt{3}}{4}p\ell$

Q2. Un disco omogeneo di massa m e raggio R può rotolare senza strisciare su una guida rettilinea; in una scanalatura circolare di raggio $\frac{1}{3}R$, concentrica al disco, si muove un corpo puntiforme P di massa $4m$. Fissato un riferimento in un punto O sulla guida, qual è il momento Γ_O delle quantità di moto del sistema rispetto al polo O nelle coordinate lagrangiane x e ϑ indicate in Figura 3?

{5,-1,0}

Risposta

$\bigcirc - \left[\left(\frac{13}{2} + \frac{3}{2} \cos \vartheta \right) \dot{x} + \frac{3}{2} \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{3}{4} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] mRe_z$
 $\bigcirc - \left[\left(11 + 2 \cos \vartheta \right) \dot{x} + 2 \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{2}{5} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] mRe_z$
 $\spadesuit - \left[\left(\frac{11}{2} + \frac{4}{3} \cos \vartheta \right) \dot{x} + \frac{4}{3} \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{1}{3} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] mRe_z$

- $-\left[\left(6 + \frac{3}{2} \cos \vartheta\right) \dot{x} + \frac{3}{2} \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{1}{2} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] m R e_z$
 $-\left[\left(\frac{13}{2} + 3 \cos \vartheta \right) \dot{x} + 3 \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{3}{5} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] m R e_z$
 $-\left[\left(12 + 3 \cos \vartheta \right) \dot{x} + 3 \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{1}{3} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] m R e_z$
 $-\left[\left(\frac{13}{2} + \frac{4}{3} \cos \vartheta \right) \dot{x} + \frac{4}{3} \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{2}{3} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] m R e_z$
 $-\left[\left(10 + 2 \cos \vartheta \right) \dot{x} + 2 \left(R\dot{\vartheta} \left(\frac{1}{2} + \cos \vartheta \right) + x\dot{\vartheta} \sin \vartheta \right) \right] m R e_z$

Q3. Trovare la curvatura κ della curva $p(t) - O = (t+1)e^{-t}\mathbf{e}_x + \sqrt{3}\sinh t\mathbf{e}_y + (t+1)^3\mathbf{e}_z$ nel punto corrispondente a $t = 0$.

{5,-1,0}

Risposta

- $\frac{\sqrt{181}}{37\sqrt{37}}$ $\frac{2\sqrt{73}}{37\sqrt{37}}$ $\frac{\sqrt{10}}{12}$ $\frac{\sqrt{19}}{5\sqrt{10}}$ $\frac{\sqrt{129}}{19\sqrt{19}}$ $\frac{\sqrt{105}}{11\sqrt{11}}$ $\frac{14}{13\sqrt{13}}$ $\frac{1}{\sqrt{12}}$

Q4. Un anellino di massa $2m$, assimilabile al punto P in Figura 2, è vincolato a scorrere senza attrito su una guida rigida inclinata di un angolo $\alpha = \frac{\pi}{6}$ rispetto alla verticale e viene attratto verso un punto O della guida da una molla di costante elastica $3k$ e lunghezza a riposo nulla; la guida viene posta in rotazione attorno all'asse verticale passante per O con velocità angolare $\omega = \omega\mathbf{e}_y$ (Figura 2). Qual è l'estremo superiore di ω affinché esista una posizione di equilibrio stabile dell'anellino?

{5,-1,0}

Risposta

- $\sqrt{\frac{6k}{m}}$ $4\sqrt{\frac{k}{3m}}$ $2\sqrt{\frac{k}{3m}}$ $\sqrt{\frac{2k}{3m}}$ $\sqrt{\frac{2k}{m}}$ $2\sqrt{\frac{2k}{3m}}$ $2\sqrt{\frac{k}{m}}$ $\sqrt{\frac{k}{m}}$

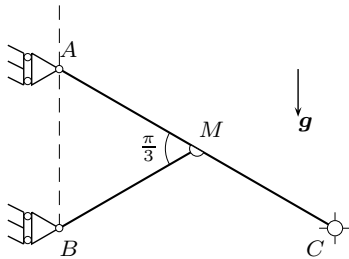


Fig. 1

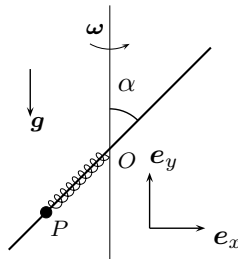


Fig. 2

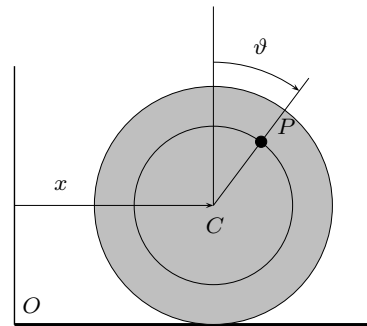


Fig.3