UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
6 febbraio 2004

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO		

QUESITI

Q1. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,0,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1,0,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0,\beta,0). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di β il sistema ha trinomio invariante pari a 4.

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\beta = \frac{7}{6}$ ◯ $\beta = \frac{3}{7}$ ◯ $\beta = \frac{7}{5}$ ♠ $\beta = \frac{4}{3}$ ◯ $\beta = 4$ ◯ $\beta = 3$ ◯ $\beta = 7$ ◯ $\beta = 5$

Q2. *L'atto di moto di un corpo rigido $\mathcal{B}$ di massa M è caratterizzato dalla velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ e dalla velocità $\boldsymbol{v}_G$ del centro di massa G di $\mathcal{B}$. Preso un punto $O \in \mathcal{B}$ diverso da G e detti $\mathbb{I}_O$ e $\mathbb{I}_G$ i tensori di inerzia di $\mathcal{B}$ rispetto ad O e a G, quale tra le seguenti espressioni del momento della quantità di moto rispetto ad O è corretta, qualunque sia l'atto di moto di $\mathcal{B}$.*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\boldsymbol{K}_O = \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \mathbb{I}_G\boldsymbol{\omega}$ ○ $\boldsymbol{K}_O = M(G-O)\wedge \boldsymbol{v}_G$ ♠ $\boldsymbol{K}_O = \boldsymbol{K}_G + M(G-O)\wedge \boldsymbol{v}_G$
○ $\boldsymbol{K}_O = \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}\wedge\boldsymbol{\omega}$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{1}{2}v_G^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbb{I}_G\boldsymbol{\omega}$ ○ *Nessuna delle precedenti.*

Q3. *In un piano verticale, un disco omogeneo di massa m e raggio R è libero di ruotare senza attrito attorno ad un punto fisso O della sua circonferenza. Un punto materiale P di massa $2m$ può scorrere senza attrito su una guida orizzontale passante per O ed è attirato da una molla di costante elastica $\frac{mg}{6R}$ e lunghezza a riposo nulla verso il punto Q del disco, diametralmente opposto ad O (Figura 1). Trovare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio $x = 0$, $\vartheta = 0$.*

{5,-1,0}

Soluzione

♠ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{9\pm\sqrt{\frac{211}{3}}}{24}}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{9\pm\sqrt{\frac{103}{3}}}{6}}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{9\pm\sqrt{\frac{211}{4}}}{12}}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{3\pm\sqrt{\frac{211}{3}}}{48}}$
○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{1\pm\sqrt{\frac{211}{3}}}{12}}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{1\pm\sqrt{\frac{103}{3}}}{6}}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{1\pm\sqrt{\frac{211}{4}}}{12}}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt{\frac{1\pm\sqrt{\frac{211}{3}}}{48}}$

Q4. *Un filo omogeneo AB di lunghezza $\frac{\pi R}{2}$ e densità lineare di massa $\frac{2p}{g}$ è appoggiato senza attrito su di un supporto semicircolare di raggio R che, a sua volta, è rigidamente collegato ad una lamina rettangolare. Il filo è vincolato in A al supporto mentre l'estremo B è soggetto ad una forza elastica di costante βp che lo richiama verso il punto O della lamina posto sulla verticale per B a distanza R da B (Figura 2). Se, in presenza di gravità, il sistema trasla con accelerazione costante $\boldsymbol{a} = -5g\boldsymbol{e}_x$, qual è il minimo valore di β compatibile con il contatto tra disco e filo?*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\beta = \frac{5}{2}$ ○ $\beta = \frac{2}{5}$ ○ $\beta = \frac{5}{4}$ ♠ $\beta = 10$ ○ $\beta = 25$ ○ $\beta = \frac{5}{8}$ ○ $\beta = \frac{4}{5}$ ○ $\beta = 32$

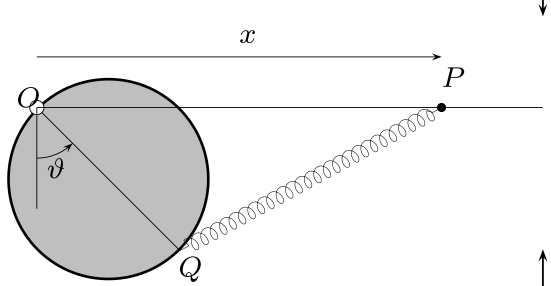

Fig. 1

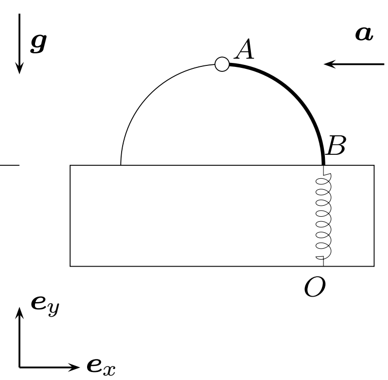

Fig. 2