

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Trovare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, 0), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 0, -1). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

♠ 0 \bigcirc 5 \bigcirc -9 \bigcirc -31 \bigcirc 11 \bigcirc -37

QC2. Un arco a tre cerniere è formato da due aste AB e BC di ugual lunghezza, incernierate tra loro nell'estremo comune B e a terra in A e C , rispettivamente. Quali tra le seguenti affermazioni è corretta.

{6,-1,0}

Risposta

- \bigcirc La struttura è sempre labile, qualunque sia la posizione di A , B e C .
 - \bigcirc La struttura è isostatica, qualunque sia la posizione di A , B e C .
 - \bigcirc La struttura è labile, se A , B e C formano un triangolo rettangolo in B .
 - ♠ La struttura è labile, se A , B e C sono allineati.
 - \bigcirc La struttura è isostatica, se A , B e C sono allineati.
 - \bigcirc Nessuna delle precedenti.
-
-

QC3. Trovare la torsione della curva

$$p(t) - O = \ln(2t + 1)\mathbf{e}_x + \sin 5t\mathbf{e}_y - 2t^3\mathbf{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

$\bigcirc \tau = \frac{4}{3}$ $\bigcirc \tau = -2$ $\bigcirc \tau = -\frac{1}{4}$ $\bigcirc \tau = \frac{9}{16}$ ♠ $\tau = \frac{3}{5}$ $\bigcirc \tau = -\frac{1}{3}$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un disco di massa $2m$ e raggio R rotola senza strisciare su una guida orizzontale. Su una scanalatura praticata nel disco e coincidente con un suo diametro è libero di muoversi senza attrito un punto materiale di massa m , attratto verso il centro del disco da una molla ideale di costante elastica $k = 3mg/R$ (Figura 2). Introdotte le coordinate lagrangiane s e ϑ indicate in Figura 1, rispondere alle seguenti domande:

QA1.1 Qual è l'energia cinetica totale del sistema? **{4,0,0}**

QA1.2 Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{2,0,0}**

QA1.3 Trovare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile. **{3,0,0}**

QA2. Da un quadrato omogeneo $ABCD$ di lato ℓ e massa m viene asportato un quadrato di lato $\ell/2$, in modo che i segmenti BE ed FC abbiano ugual lunghezza $\ell/4$. La lamina così ottenuta è posta in un piano verticale $\{e_x, e_y\}$ ed ha il lato CD appoggiato senza attrito ad una guida orizzontale, con l'estremo C incernierato alla guida (Figura 1). Infine, il centro di simmetria di $ABCD$ è attratto una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$ verso un punto O della guida, a distanza $\ell/2$ da D . Il sistema è animato da accelerazione $\mathbf{a} = -2\frac{v_0^3}{\ell^2}t\mathbf{e}_x$, dove v_0 è una velocità caratteristica. Rispondere alle seguenti domande:

QA2.1 Qual è il momento centrale di inerzia della lamina $ABEHGFCD$ nella direzione $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x \wedge \mathbf{e}_y$? **{3,0,0}**

QA2.2 Calcolare il momento della forza peso **{2,0,0}** e della forza elastica **{2,0,0}** rispetto a C .

QA2.3 Trovare l'istante a partire dal quale la lamina perde contatto con la guida. **{2,0,0}**

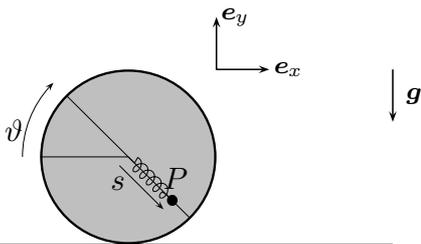


Fig. 1

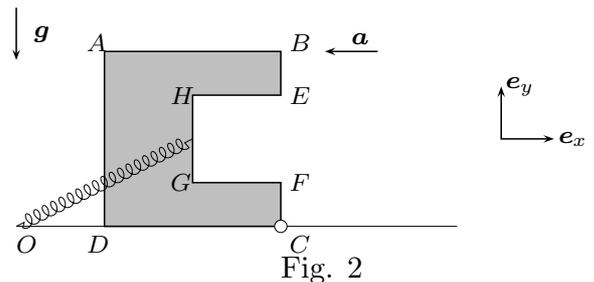


Fig. 2

QA1.1 $T = \left[\frac{3mR^2}{2} + \frac{m}{2}(R^2 + s^2) - mRs \sin \vartheta \right] \dot{\vartheta}^2 + \frac{m}{2} \dot{s}^2 + mR\dot{s}\dot{\vartheta} \cos \vartheta$

QA1.2 $V = \frac{3mg}{2R} s^2 - mgs \sin \vartheta$

QA1.3 $\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{R}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{31R}}$

QA2.1 $I_z = \frac{13m\ell^2}{96}$

QA2.2 $\mathbf{M}_C^g = \frac{7}{16}mg\ell\mathbf{e}_z \quad \mathbf{M}_C^{el} = \frac{9}{4}mg\ell\mathbf{e}_z$

QA2.3 $t = \frac{43g\ell^2}{12v_0^3}$