Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale - *6 settembre 2007*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ○. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO			

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Trovare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_1 - O \equiv (1,2,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y & \textit{applicato in } P_2 - O \equiv (0,1,0), \\ \boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_3 - O \equiv (1,0,-1). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

♠ 0 ○ 5 ○ −9 ○ −31 ○ 11 ○ −37

QC2. *Un arco a tre cerniere è formato da due aste AB e BC di ugual lunghezza, incernierate tra loro nell'estremo comune B e a terra in A e C, rispettivamente. Quali tra le seguenti affermazioni è corretta.*

{6,-1,0}

Risposta

○ La struttura è sempre labile, qualunque sia la posizione di A, B e C.
○ La struttura è isostatica, qualunque sia la posizione di A, B e C.
○ La struttura è labile, se A, B e C formano un triangolo rettangolo in B.
♠ La struttura è labile, se A, B e C sono allineati.
○ La struttura è isostatica, se A, B e C sono allineati.
○ Nessuna delle precedenti.

QC3. *Trovare la torsione della curva*

$$p(t) - O = \ln(2t+1)\boldsymbol{e}_x + \sin 5t\boldsymbol{e}_y - 2t^3\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

○ $\tau = \frac{4}{3}$ ○ $\tau = -2$ ○ $\tau = -\frac{1}{4}$ ○ $\tau = \frac{9}{16}$ ♠ $\tau = \frac{3}{5}$ ○ $\tau = -\frac{1}{3}$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un disco di massa $2m$ e raggio R rotola senza strisciare su una guida orizzontale. Su una scanalatura praticata nel disco e coincidente con un suo diametro è libero di muoversi senza attrito un punto materiale di massa m, attratto verso il centro del disco da una molla ideale di costante elastica $k = 3mg/R$ (Figura 2). Introdotte le coordinate lagrangiane s e ϑ indicate in Figura 1, rispondere alle seguenti domande:*

QA1.1 Qual è l'energia cinetica totale del sistema? **{4,0,0}**

QA1.2 Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{2,0,0}**

QA1.3 Trovare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile. **{3,0,0}**

QA2. *Da un quadrato omogeneo $ABCD$ di lato ℓ e massa m viene asportato un quadrato di lato $\ell/2$, in modo che i segmenti BE ed FC abbiano ugual lunghezza $\ell/4$. La lamina così ottenuta è posta in un piano verticale $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y\}$ ed ha il lato CD appoggiato senza attrito ad una guida orizzontale, con l'estremo C incernierato alla guida (Figura 1). Infine, il centro di simmetria di $ABCD$ è attratto una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$ verso un punto O della guida, a distanza $\ell/2$ da D. Il sistema è animato da accelerazione $\boldsymbol{a} = -2\frac{v_0^3}{\ell^2}t\boldsymbol{e}_x$, dove v_0 è una velocità caratteristica. Rispondere alle seguenti domande:*

QA2.1 Qual è il momento centrale di inerzia della lamina $ABEHGFCD$ nella direzione $\boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{e}_x \wedge \boldsymbol{e}_y$? **{3,0,0}**

QA2.2 Calcolare il momento della forza peso **{2,0,0}** e della forza elastica **{2,0,0}** rispetto a C.

QA2.3 Trovare l'istante a partire dal quale la lamina perde contatto con la guida. **{2,0,0}**

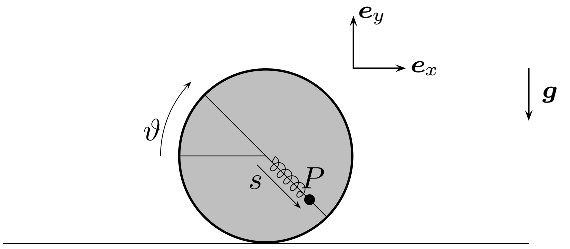

Fig. 1

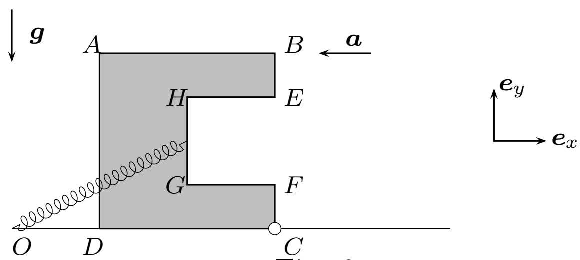

Fig. 2

QA1.1 $T = \left[\frac{3mR^2}{2} + \frac{m}{2}(R^2+s^2) - mRs\sin\vartheta\right]\dot{\vartheta}^2 + \frac{m}{2}\dot{s}^2 + mR\dot{s}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$

QA1.2 $V = \frac{3mg}{2R}s^2 - mgs\sin\vartheta$

QA1.3 $\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{R}} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{31R}}$

QA2.1 $I_z = \frac{13m\ell^2}{96}$

QA2.2 $\boldsymbol{M}_C^g = \frac{7}{16}mg\ell\boldsymbol{e}_z \qquad \boldsymbol{M}_C^{el} = \frac{9}{4}mg\ell\boldsymbol{e}_z$

QA2.3 $t = \frac{43g\ell^2}{12v_0^3}$