

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte I)**  
7 febbraio 2006

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

---

---

**ESITO** | | |

---

---



---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Dato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = e_x - 2e_y + 3e_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 0, -1), \\ \mathbf{v}_2 = -2e_x + e_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, 2), \\ \mathbf{v}_3 = 2e_x - e_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (\beta, 0, 1) \end{cases}$$

dire per quale valore di  $\beta$  il trinomio invariante ha valore 4.

**{5,-1,0}**

**Soluzione**

$\bigcirc -27$   $\bigcirc 8$   $\bigcirc -33$   $\bigcirc -44$   $\bigcirc -2$   $\bigcirc 20$   $\bigcirc 6$   $\bigcirc 29$

---

---

**Q2.** In un piano verticale, un punto materiale  $P$  di massa  $4m/3$  scorre senza attrito su una guida semicircolare di raggio  $R$  saldata nel punto medio di un pianale  $AB$  di lunghezza  $2R$  (Figura 2). Il pianale e la guida hanno complessivamente massa  $8m/3$  e traslano senza attrito lungo una guida orizzontale. I punti  $A$  e  $B$  sono attratti da due molle ideali di costanti elastiche  $4mg/R$  e  $2mg/R$  rispettivamente verso due punti fissi  $C$  e  $D$ , posti alla stessa quota di  $AB$  e distanti tra loro  $6R$ . Trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile.

**{5,-1,0}**

**Soluzione**

- $\left(\sqrt{\frac{g}{2R}}, \sqrt{\frac{2g}{R}}\right)$      $\left(\sqrt{\frac{8g}{3R}}, \sqrt{\frac{2g}{3R}}\right)$      $\left(\sqrt{\frac{2g}{3R}}, \sqrt{\frac{6g}{R}}\right)$      $\left(2\sqrt{\frac{g}{R}}, \sqrt{\frac{2}{3}\frac{g}{R}}\right)$   
  $\left(\sqrt{\frac{5g}{9R}}, \sqrt{\frac{5g}{R}}\right)$      $\left(\sqrt{\frac{5g}{2R}}, \sqrt{\frac{5g}{8R}}\right)$      $\left(\sqrt{\frac{2g}{3R}}, \sqrt{\frac{3g}{2R}}\right)$      $\left(\sqrt{\frac{3g}{R}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3g}{R}}\right)$

**Q3.** In un piano verticale, un semidisco omogeneo di raggio  $R$  e massa  $\sqrt{2}m$  ha l'estremo  $A$  del diametro  $AB$  incernierato ad un piano inclinato di  $\pi/4$  sull'orizzontale e sul quale  $AB$  è appoggiato senza attrito. L'estremo  $B$  è sollecitato da una molla ideale di costante  $mg/\pi R$  disposta verticalmente, come indicato in Figura 1. Se il piano inclinato trasla lungo  $e_x$  con legge oraria  $x(t) = \frac{1}{6}(\omega t)^3 R$ , dove  $\omega$  ha le dimensioni di una frequenza, dopo quanto tempo il semidisco perderà il contatto con il piano inclinato?

**{5,-1,0}****Soluzione**

- $t = \frac{3\pi-2}{2(3\pi+4)} \frac{g}{\omega^3 R}$      $t = \frac{3\pi-1}{2(3\pi+4)} \frac{g}{\omega^3 R}$      $t = \frac{g}{4\omega^3 R}$      $t = \frac{3\pi+8}{4(3\pi+4)} \frac{g}{\omega^3 R}$   
  $t = \frac{3\pi+2}{3\pi+4} \frac{g}{\omega^3 R}$      $t = \frac{3\pi+14}{3\pi+4} \frac{g}{\omega^3 R}$      $t = \frac{3\pi}{8(3\pi+4)} \frac{g}{\omega^3 R}$      $t = \frac{3\pi-2}{8(3\pi+4)} \frac{g}{\omega^3 R}$

**Q4.** In un filo inestensibile lo sforzo interno è un vettore con componenti non nulle lungo:

**{5,-1,0}****Risposta**

- la normale principale o la binormale.    la normale principale e la binormale  
 la tangente e la binormale.    la tangente, la normale principale e la binormale  
 la normale principale.    la binormale.    la tangente.    La tangente e la normale principale

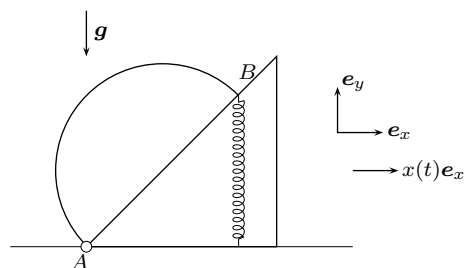


Fig. 1

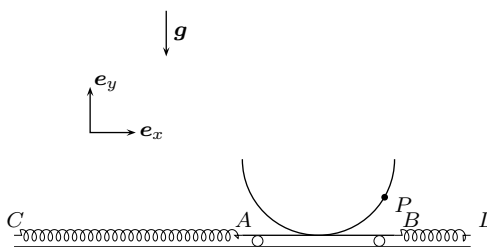


Fig. 2