Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
***Esame di Meccanica Razionale (Parte I)***
*7 febbraio 2006*

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

**COGNOME** **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

| **ESITO** | | |
|---|---|---|

## QUESITI

**Q1.***Dato il sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,0,-1), \\ \boldsymbol{v}_2 = -2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,1,2), \\ \boldsymbol{v}_3 = 2\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (\beta,0,1) \end{cases}$$

*dire per quale valore di $\beta$ il trinomio invariante ha valore 4.*

**{5,-1,0}**

***Soluzione***
◯ $-27$ ◯ $8$ ◯ $-33$ ◯ $-44$ ♠ $-2$ ◯ $20$ ◯ $6$ ◯ $29$

**Q2.***In un piano verticale, un punto materiale $P$ di massa $4m/3$ scorre senza attrito su una guida semicircolare di raggio $R$ saldata nel punto medio di un pianale $AB$ di lunghezza $2R$ (Figura 2). Il pianale e la guida hanno complessivamente massa $8m/3$ e traslano senza attrito lungo una guida orizzontale. I punti $A$ e $B$ sono attratti da due molle ideali di costanti elastiche $4mg/R$ e $2mg/R$ rispettivamente verso due punti fissi $C$ e $D$, posti alla stessa quota di $AB$ e distanti tra loro $6R$. Trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile.*

**{5,-1,0}**

***Soluzione***

○ $\left(\sqrt{\frac{g}{2R}}, \sqrt{\frac{2g}{R}}\right)$ ○ $\left(\sqrt{\frac{8g}{3R}}, \sqrt{\frac{2g}{3R}}\right)$ ○ $\left(\sqrt{\frac{2g}{3R}}, \sqrt{\frac{6g}{R}}\right)$ ○ $\left(2\sqrt{\frac{g}{R}}, \sqrt{\frac{2}{3}\frac{g}{R}}\right)$

○ $\left(\sqrt{\frac{5g}{9R}}, \sqrt{\frac{5g}{R}}\right)$ ○ $\left(\sqrt{\frac{5g}{2R}}, \sqrt{\frac{5g}{8R}}\right)$ ○ $\left(\sqrt{\frac{2g}{3R}}, \sqrt{\frac{3g}{2R}}\right)$ ♠ $\left(\sqrt{\frac{3g}{R}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3g}{R}}\right)$

**Q3.** *In un piano verticale, un semidisco omogeneo di raggio $R$ e massa $\sqrt{2}m$ ha l'estremo $A$ del diametro $AB$ incernierato ad un piano inclinato di $\pi/4$ sull'orizzontale e sul quale $AB$ è appoggiato senza attrito. L'estremo $B$ è sollecitato da una molla ideale di costante $mg/\pi R$ disposta verticalmente, come indicato in Figura 1. Se il piano inclinato trasla lungo $\boldsymbol{e}_x$ con legge oraria $x(t) = \frac{1}{6}(\omega t)^3 R$, dove $\omega$ ha le dimensioni di una frequenza, dopo quanto tempo il semidisco perderà il contatto con il piano inclinato?*

**{5,-1,0}**

***Soluzione***

○ $t = \frac{3\pi-2}{2(3\pi+4)}\frac{g}{\omega^3 R}$ ○ $t = \frac{3\pi-1}{2(3\pi+4)}\frac{g}{\omega^3 R}$ ○ $t = \frac{g}{4\omega^3 R}$ ○ $t = \frac{3\pi+8}{4(3\pi+4)}\frac{g}{\omega^3 R}$

♠ $t = \frac{3\pi+2}{3\pi+4}\frac{g}{\omega^3 R}$ ○ $t = \frac{3\pi+14}{3\pi+4}\frac{g}{\omega^3 R}$ ○ $t = \frac{3\pi}{8(3\pi+4)}\frac{g}{\omega^3 R}$ ○ $t = \frac{3\pi-2}{8(3\pi+4)}\frac{g}{\omega^3 R}$

**Q4.** *In un filo inestensibile lo sforzo interno è un vettore con componenti non nulle lungo:*

**{5,-1,0}**

***Risposta***

○ la normale principale o la binormale. ○ la normale principale e la binormale

○ la tangente e la binormale. ○ la tangente, la normale principale e la binormale

○ la normale principale. ○ la binormale. ♠ la tangente. ○ La tangente e la normale principale

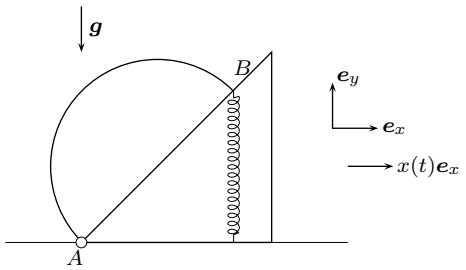


Fig. 1

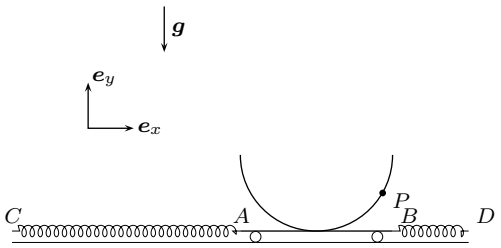


Fig. 2