Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale *- 8 febbraio 2007*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Trovare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 3\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2,1,-1), \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,2,0), \\ \boldsymbol{v}_3 = 2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,1,1). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione
♠ -11 ◯ -13 ◯ -9 ◯ 12 ◯ 13 ◯ 6

QC2. *Una semicirconferenza omogenea di raggio $R/2$ e massa m è saldata ad un'asta AB omogenea di massa $2m$ e lunghezza pari al diametro della semicirconferenza (Figura 1). Trovare il momento centrale di inerzia per la figura complessiva rispetto all'asse $\boldsymbol{e}_z := \boldsymbol{e}_x \wedge \boldsymbol{e}_y$.*

{6,-1,0}

Soluzione
◯ $\frac{mR^2}{3}\left[5 - \frac{4}{\pi^2}\right]$ ◯ $\frac{mR^2}{12}\left[5 - \frac{1}{\pi^2}\right]$ ◯ $\frac{mR^2}{3}\left[5 - \frac{4}{\pi^2}\right]$ ♠ $mR^2\left[\frac{5}{12} - \frac{1}{3\pi^2}\right]$ ◯ $mR^2\left[\frac{5}{3} - \frac{1}{3\pi^2}\right]$ ◯ $\frac{2mR^2}{3}\left[7 - \frac{16}{\pi^2}\right]$

QC3. *Sia dato un corpo rigido $\mathcal{B}$ con centro di massa G e sia P un punto distinto da G. Detti $I_G(\boldsymbol{n})$ ed $I_P(\boldsymbol{n})$ i momenti di inerzia di $\mathcal{B}$ rispetto ad assi paralleli passanti per G e P e diretti come il versore $\boldsymbol{n}$, quale tra le seguenti affermazioni è certamente corretta?*

{5,-1,0}

Risposta
◯ $I_G(\boldsymbol{n}) \neq I_P(\boldsymbol{n})$, per tutte le scelte di $\boldsymbol{n}$. ◯ $I_G(\boldsymbol{n}) > I_P(\boldsymbol{n})$, per tutte le scelte di $\boldsymbol{n}$.
◯ $I_G(\boldsymbol{n}) < I_P(\boldsymbol{n})$, per tutte le scelte di $\boldsymbol{n}$. ♠ $I_G(\boldsymbol{n}) = I_P(\boldsymbol{n})$ se e solo se $P - G$ è parallelo a $\boldsymbol{n}$.
◯ $I_G(\boldsymbol{n}) = I_P(\boldsymbol{n})$ se e solo se $P - G$ è ortogonale a $\boldsymbol{n}$.
◯ Se P non appartiene a $\mathcal{B}$ non è possibile definire $I_P(\boldsymbol{n})$.
◯ Nessuna delle precedenti.

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un punto materiale P di massa $2m$ si muove senza attrito lungo il diametro di una circonferenza fissa di raggio R e centro O su cui è a sua volta mobile senza attrito un punto Q di massa m. Il punto P è attratto verso O e Q da due molle ideali di ugual costante elastica $k = mg/R$ (Figura 2). Introdotte le coordinate lagrangiane x e ϑ indicate in Figura, rispondere alle seguenti domande:*

1. Qual è l'energia cinetica totale del sistema? **{2,0,0}** $m\dot{x}^2 + \frac{m}{2}R^2\dot{\vartheta}^2$

---

2. Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{3,0,0}** $\frac{mg}{R}x^2 + mgR\sin\vartheta - mgx\cos\vartheta$

---

3. Trovare il valore delle frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile. **{4,0,0}** $\sqrt{\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}}\sqrt{\frac{g}{R}}$

QA2. *In un piano verticale, un filo AB omogeneo di lunghezza $2\pi R$ e densità lineare di massa $3m/2R$ ha il tratto CD a contatto senza attrito con un semidisco di raggio R. All'estremo A è posto un punto materiale di massa m, mentre B è attratto da una molla ideale di costante elastica mg/R verso un punto fisso O posto a distanza $4R$ da CD, sulla stessa verticale di B. In condizioni di equilibrio, determinare*

1. la lunghezza di AC **{5,0,0}** $\left[\frac{3}{2} + \frac{\pi}{4}\right] R$

---

2. l'elongazione della molla **{1,0,0}** $\left[\frac{11}{2} - \frac{3\pi}{4}\right] R$

---

3. la tensione nel punto medio dell'arco CD. **{3,0,0}** $\frac{mg}{4}\left[19 + \frac{3\pi}{2}\right]$

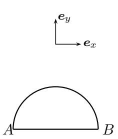

Fig. 1

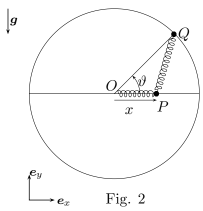

Fig. 2

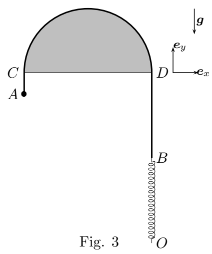

Fig. 3