Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
8 settembre 2005

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO			

QUESITI

Q1. *Dati i tensori:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} = \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z + 3\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z \\ \boldsymbol{B} = \beta \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z - 4\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_y \end{cases}$$

ed il vettore $\boldsymbol{v} = 3\boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z$*, trovare i valori di* β *tali che* $\boldsymbol{Av} \cdot \boldsymbol{Bv} > 0$.

{5,-1,0}

Soluzione

♠ $\beta > 9$ ◯ $\beta < -6$ ◯ $\beta > 4$ ◯ $\beta < -5$ ◯ $\beta > \frac{15}{4}$ ◯ $\beta < -\frac{9}{2}$ ◯ $\beta > \frac{14}{3}$ ◯ $\beta < -\frac{32}{3}$

Q2. *La struttura rigida riportata in Figura 1 è composta da tre aste omogenee: AB è un quarto di circonferenza di raggio R e peso p; BC è una semicirconferenza di raggio R e peso 2p e CD è uguale ad AB ma ha peso trascurabile. La struttura è incernierata a terra in A ed è incastrata in D, mentre in B e C vi sono cerniere interne. Trovare la coppia* $\boldsymbol{M}$ *e la reazione* $\boldsymbol{\Phi}_D$ *generate dall'incastro all'equilibrio.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\boldsymbol{M} = pR(1 - \frac{1}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[(1 - \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{M} = pR(1 + \frac{1}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[4(1 - \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$
◯ $\boldsymbol{M} = pR(1 - \frac{2}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[(1 - \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{M} = pR(1 + \frac{1}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[2(1 - \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$
◯ $\boldsymbol{M} = pR(1 - \frac{2}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[(1 - \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y]$ ♠ $\boldsymbol{M} = pR(1 - \frac{2}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[2(1 - \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$

◯ $\boldsymbol{M} = pR(1 - \frac{2}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[(1 + \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{M} = pR(1 - \frac{1}{\pi})$ $\boldsymbol{\Phi}_D = p[2(1 - \frac{1}{\pi})\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y]$

Q3. *In un piano verticale, due dischi omogenei di ugual raggio R ed ugual massa $3m$ sono vincolati a rotolare senza strisciare su due guide orizzontali distanti tra loro $3R$ (Figura 2). Il centro di uno dei dischi è attratto verso un punto fisso della guida su cui rotola da una molla di costante elastica $8k$ e lunghezza a riposo nulla ed attratto verso il centro dell'altro disco da un'ulteriore molla di costante elastica $3k$ e lunghezza a riposo nulla. Trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $(\sqrt{\frac{8k}{m}}, 2\sqrt{\frac{k}{m}})$ ◯ $(\sqrt{\frac{3k}{8m}}, \frac{3}{4}\sqrt{\frac{k}{m}})$ ◯ $(\sqrt{\frac{3k}{8m}}, \frac{3}{2}\sqrt{\frac{k}{m}})$ ◯ $(\sqrt{\frac{8k}{m}}, \frac{2}{3}\sqrt{\frac{k}{m}})$
◯ $(\sqrt{\frac{k}{3m}}, \frac{1}{3}\sqrt{\frac{k}{m}})$ ◯ $(\sqrt{\frac{2k}{3m}}, \frac{2}{3}\sqrt{\frac{k}{m}})$ ◯ $(\sqrt{\frac{8k}{3m}}, \sqrt{\frac{2k}{3m}})$ ♠ $(\sqrt{\frac{8k}{3m}}, \frac{2}{3}\sqrt{\frac{k}{m}})$

Q4. *Quale tra le seguenti affermazioni sulla stabilità di una configurazione di equilibrio $\{q_0\}$ di un sistema soggetto a vincoli olonomi, perfetti ed a forze attive conservative è certamente corretta?*

{5,-1,0}

Risposta

◯ *Se $\{q_0\}$ è instabile, non esistono modi oscillanti.*
◯ *Se $\{q_0\}$ è instabile, tutti i modi normali sono iperbolici.*
◯ *Se $\{q_0\}$ è stabile, può esistere un modo lineare.*
◯ *Se $\{q_0\}$ è stabile, possono esistere modi iperbolici, purché in numero minore di quelli oscillanti.*
♠ *Se $\{q_0\}$ è instabile, esiste almeno un modo che non è oscillante.*
◯ *Se $\{q_0\}$ è instabile, tutti i modi normali sono lineari.*
◯ *Nessuna delle prececenti.*

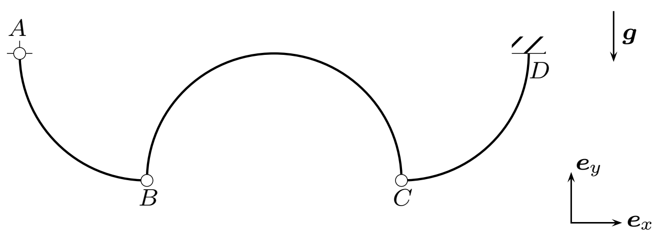

Fig. 1

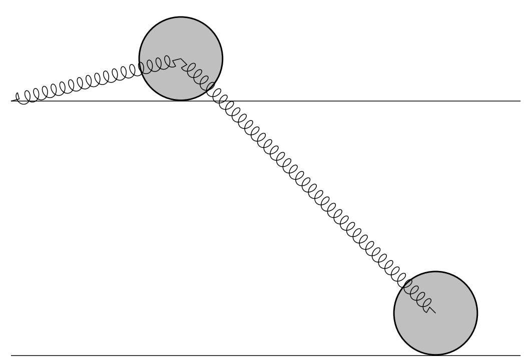

Fig. 2